



**ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ**

Ελληνο-Αμερικανικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα

Νηπιαγωγείο • Δημοτικό • Γυμνάσιο • Λύκειο

ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ • ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΨΥΧΙΚΟΥ • ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ Ι.Μ. ΚΑΡΡΑΣ

1925

Δημοτικό  
Κολlegίου Ψυχικού

Τάξη 6<sup>η</sup>

# Γεωμετρία

Τεύχος 2

Εμβαδά σχημάτων  
Γενικές ασκήσεις

Όνομα: ..... Τμήμα: .....



## Περιεχόμενα

Εμβαδά σχημάτων .....	3
Α. Μονάδες μέτρησης εμβαδού.....	3
Β. Εμβαδόν τετραγώνου, ορθογωνίου παραλληλογράμμου και ορθογωνίου τριγώνου .....	4
Εμβαδόν και περίμετρος πλάγιου παραλληλογράμμου .....	9
Εμβαδόν και περίμετρος τριγώνου.....	12
Ασκήσεις πρόκλησης.....	14
Η μεγάλη πρόκληση.....	17
Ασκήσεις και προβλήματα γεωμετρίας .....	18

## Εμβαδά σχημάτων

### Α. Μονάδες μέτρησης εμβαδού

Το παρακάτω τετραγωνάκι παριστάνει  $1\text{ cm}^2$ , δηλαδή τετράγωνο με κάθε πλευρά  $1\text{ cm}$ . Σχεδιάζω ένα  $\text{dm}^2$  έτσι ώστε να περιέχει το τετραγωνάκι μου.



Το  $\text{dm}^2$  είναι ..... φορές μεγαλύτερο από το  $\text{cm}^2$ . Μπορείς να βρεις τη σχέση που έχει το  $\text{m}^2$  με το  $\text{dm}^2$ ; .....

Ποια η σχέση του  $\text{m}^2$  με το  $\text{cm}^2$ ; .....

- **Κάνω τις μετατροπές:**

$$34\text{cm}^2 = \dots\dots\dots \text{dm}^2 = \dots\dots\dots \text{m}^2$$

$$5\text{m}^2 = \dots\dots\dots \text{dm}^2 = \dots\dots\dots \text{cm}^2$$

$$459\text{cm}^2 = \dots\dots\dots \text{dm}^2 = \dots\dots\dots \text{m}^2$$

$$0,05\text{m}^2 = \dots\dots\dots \text{dm}^2 = \dots\dots\dots \text{cm}^2$$

$$5670\text{cm}^2 = \dots\dots\dots \text{m}^2$$

$$0,45\text{m}^2 = \dots\dots\dots \text{cm}^2$$

$$42 \text{ στρέμματα} = \dots\dots\dots \text{m}^2 = \dots\dots\dots \text{dm}^2 = \dots\dots\dots \text{cm}^2$$

$$567\text{m}^2 = \dots\dots\dots \text{στρέμματα}$$

## Β. Εμβαδόν τετραγώνου, ορθογωνίου παραλληλογράμμου και ορθογωνίου τριγώνου

- Η περίμετρος είναι το άθροισμα των πλευρών του σχήματος:

ΝΑΙ

ΟΧΙ

- Επειδή είναι άθροισμα ..... την υπολογίζουμε σε ..... ή σε ..... ή σε ..... ή σε .....
- **Εμβαδόν** είναι η επιφάνεια που περικλείεται από τις πλευρές του σχήματος.
- Επειδή είναι επιφάνεια, τη μετράμε σε τετραγωνικά μέτρα ή ..... ή .....
- Αντιστοιχίζω ό,τι ταιριάζει:

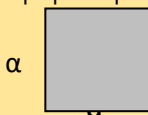
1cm °

1cm<sup>2</sup> °



° \_\_\_\_\_

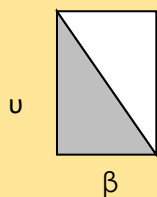
- Για να υπολογίσω το Εμβαδόν του δωματίου μέτρησα τα τετραγωνάκια που το αποτελούν. Μπορώ όμως να παρατηρήσω πως το εμβαδόν υπολογίζεται πολύ εύκολα αν .....τη βάση με το ύψος του ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Έτσι πρέπει να θυμάμαι πως:
- Αν θυμηθούμε πως στο τετράγωνο όλες οι πλευρές είναι ίσες τότε έχουμε:



$$E_{\text{τετραγώνου}} = \alpha \cdot \alpha$$

$$E_{\text{ορθ.παρ.}} = \beta \cdot \upsilon$$

- Κάθε ορθογώνιο τρίγωνο αντιστοιχεί στο μισό ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

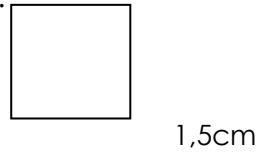
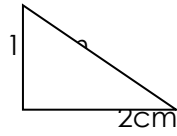
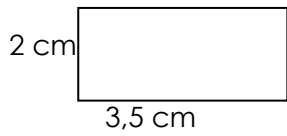


Άρα το εμβαδόν του είναι το μισό από το εμβαδόν του ορθογωνίου στο οποίο αντιστοιχεί:

$$E_{\text{τριγώνου}} = \beta \cdot \upsilon : 2$$

Δραστηριότητες:

1. Υπολογίζω το εμβαδόν των παρακάτω σχημάτων:



2. Σχεδιάζω τετράγωνο με πλευρά 3cm κι από ένα ισοεμβαδικό ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και τρίγωνο:

3. Κατασκευάζω ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με  $\beta=3\text{cm}$  και  $u=2\text{cm}$ .

- ο Κατασκευάζω ορθογώνιο με 2πλάσιο εμβαδόν.

4. Κατασκευάζω τρίγωνο με  $\beta=2\text{cm}$ .

- ο Πόσες φορές μεγαλύτερο θα είναι το εμβαδόν του, αν διπλασιάσω τη βάση του; (Σχεδιάζω με τέτοιο τρόπο ώστε να φαίνεται η σύγκριση)
- ο Εξηγώ με λόγια.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

5. Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει  $\beta=5m$  και εμβαδόν  $12,5m^2$ .  
 Να βρεθεί το ύψος του.

- ο Ποιο θα είναι το ύψος ενός ορ. τριγώνου με ίση βάση και εμβαδόν;

.....

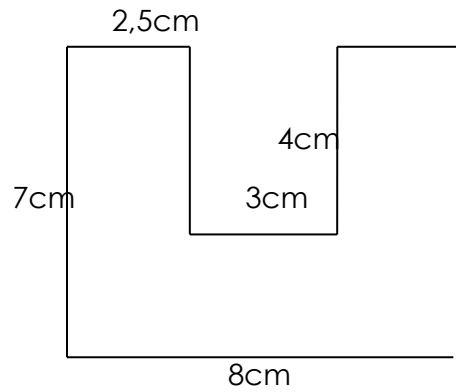
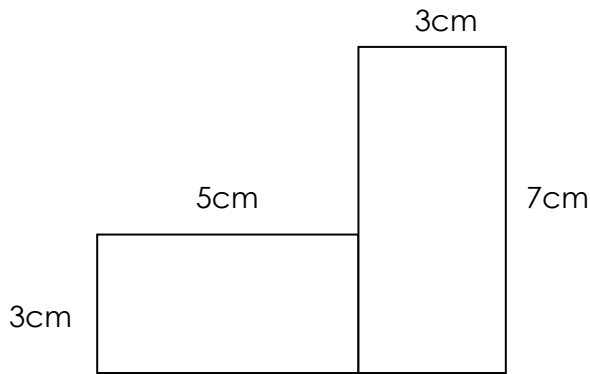
.....

.....

.....

.....

6. Βρίσκω την περίμετρο και το εμβαδόν των σχημάτων:



.....

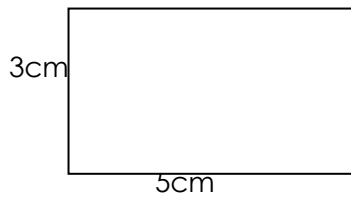
.....

.....

.....

.....

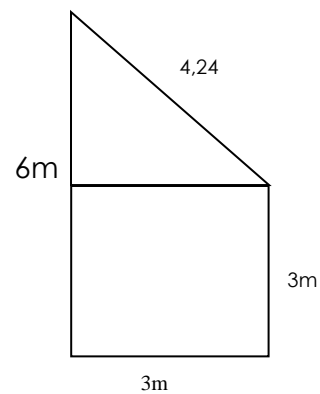
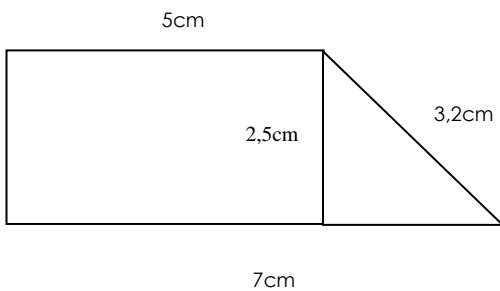
7. Στο παρακάτω παραλληλόγραμμο αυξάνω κάθε πλευρά κατά 1cm. Πόσο θα μεγαλώσει η περίμετρός του και πόσο το εμβαδόν του;



8. Η περίμετρος ενός τετράγωνου οικοπέδου είναι 240m. Μου προτάθηκε να το ανταλλάξω με άλλο οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου με ίση περίμετρο και πλάτος 50m. Είναι δίκαιη η ανταλλαγή; Δικαιολογώ την απάντησή μου χρησιμοποιώντας υπολογισμούς και σχήμα.

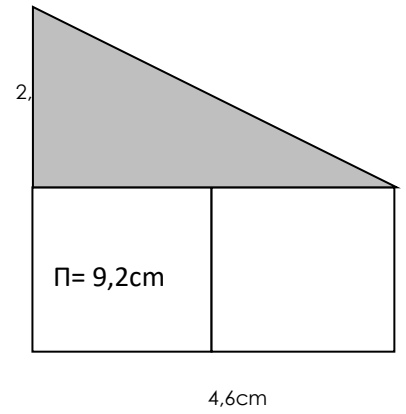
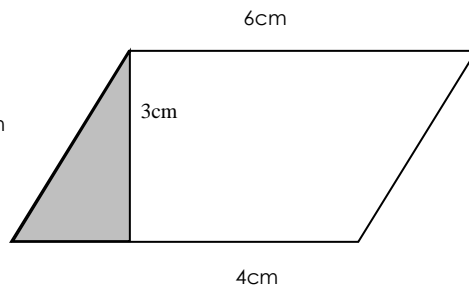
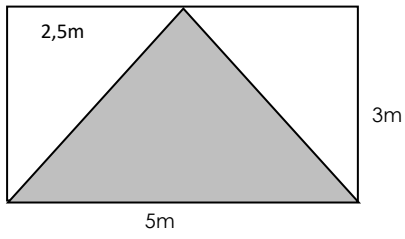
9. Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει περίμετρο 60cm. Αν το μήκος του είναι διπλάσιο από το ύψος του, ποιες είναι οι διαστάσεις του και ποιο το εμβαδόν του;

10. Να υπολογίσεις εμβαδόν και περίμετρο των σχημάτων:



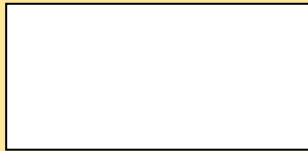


11. Να υπολογίσεις το εμβαδόν του σκιασμένου σχήματος:



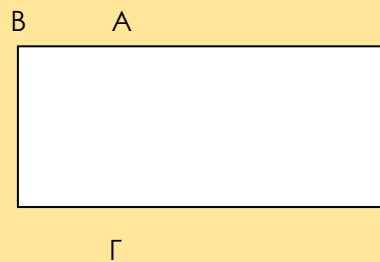
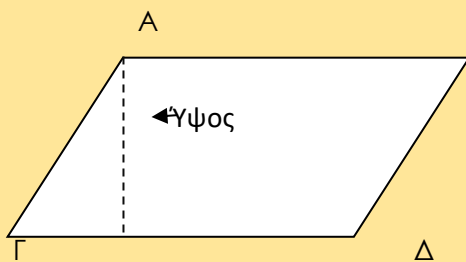
## Εμβαδόν και περίμετρος πλάγιου παραλληλογράμμου

- Μετρώ τις γωνίες και τις πλευρές, συγκρίνω τα δυο σχήματα και καταγράφω τις ομοιότητες και τις διαφορές τους:



	Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο	Πλάγιο παραλληλόγραμμο
Οι απέναντι πλευρές είναι...	..... και .....	..... και .....
Το άθροισμα των γωνιών είναι...		
Οι γωνίες είναι...	.....οξείες, .....αμβλείες, .....ορθές	.....οξείες, .....αμβλείες, .....ορθές
Η περίμετρος τους είναι...		

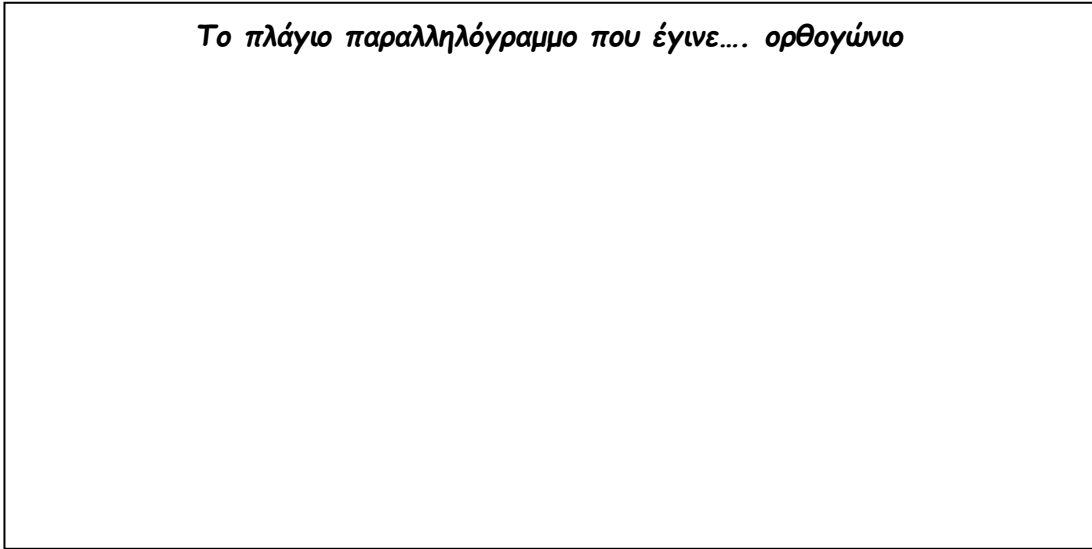
**Ύψος** ( απόσταση ) ονομάζουμε το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την κορυφή ενός σχήματος με την απέναντι πλευρά.



Στο ορθ. παρ. ύψος είναι η κάθετη πλευρά

- Σχεδιάζω ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ σε ένα φύλλο ρυζόχαρτο. Φέρνω το ύψος ΑΕ και παρατηρώ πως σχηματίζεται ένα τρίγωνο ΑΕΔ. Κόβω το τρίγωνο αυτό και το προσαρμόζω στην πλευρά ΒΓ, έτσι ώστε να σχηματιστεί ένα παραλληλόγραμμο. Παρατηρώ πως βάση του παραλληλογράμμου που σχηματίστηκε είναι η βάση του παραλληλογράμμου..... και ύψος του το ύψος του .....

**Το πλάγιο παραλληλόγραμμο που έγινε.... ορθογώνιο**



- Πώς μπορώ να υπολογίσω το εμβαδόν του πλάγιου παραλληλογράμμου; Ποια ομοιότητα και ποια διαφορά υπάρχει στον τρόπο που υπολογίζουμε το εμβαδόν των δύο σχημάτων;

.....

.....

.....

.....

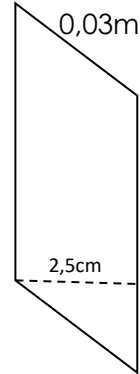
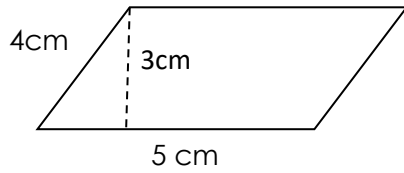
- Πώς υπολογίζω την περίμετρο των δύο σχημάτων;

.....

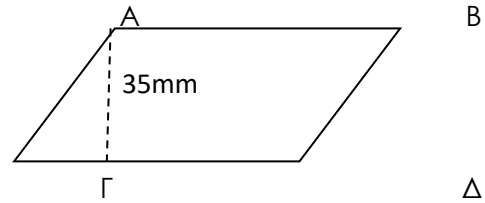
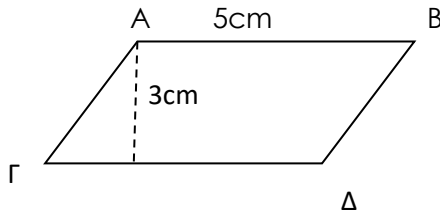
.....

Δραστηριότητες:

1. Να υπολογίσεις την περίμετρο και το εμβαδόν των παρακάτω σχημάτων:

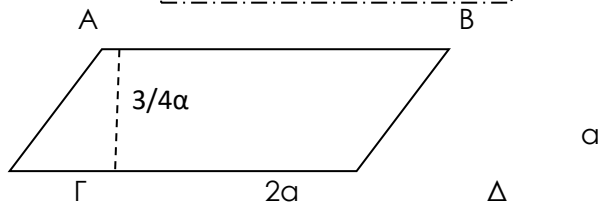
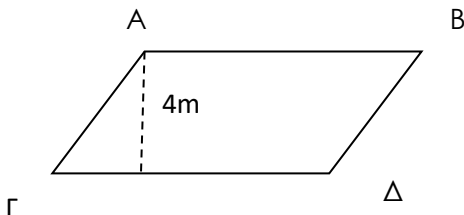


2. Να υπολογίσεις τα δεδομένα που λείπουν για κάθε πλάγιο παραλληλόγραμμο:



AB=..... Π=17cm  
 ΑΓ=..... Ε=.....  
 υ=.....

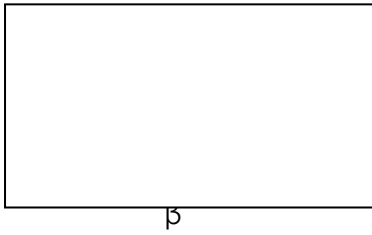
AB=..... Π=.....  
 ΑΓ=..... Ε=19,25cm<sup>2</sup>  
 υ=.....



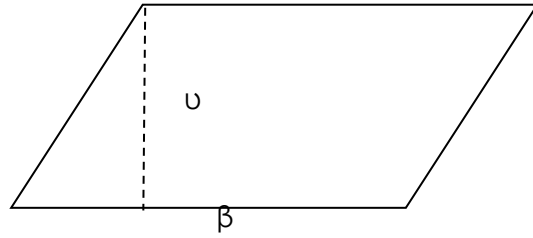
AB=..... Π=200dm  
 ΑΓ=..... Ε=220000cm<sup>2</sup>  
 υ=.....

AB=..... Π=150m  
 ΑΓ=..... Ε=.....  
 υ=.....

## Εμβαδόν και περιμέτρος τριγώνου



υ



β

Για να βρω το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ..... τη ..... με το .....

- Φέρνω μια διαγώνιο στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Το σχήμα χωρίστηκε σε δύο ίσα .....

Πώς μπορώ να υπολογίσω το εμβαδόν καθενός από τα δύο τρίγωνα;

.....  
 .....

Εξηγώ: .....

.....

- Ακολουθώ την ίδια διαδικασία για το πλάγιο παραλληλόγραμμο.

Πώς μπορώ να υπολογίσω το εμβαδόν του;

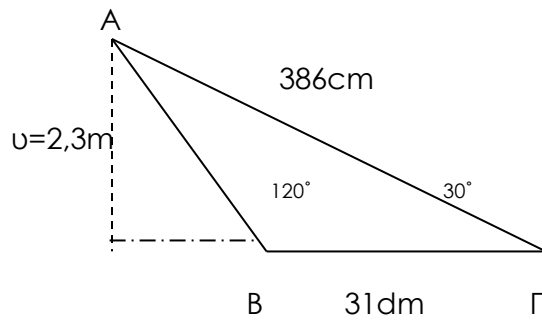
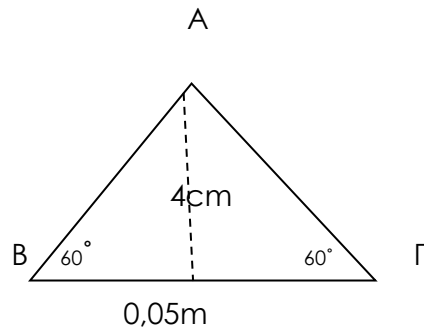
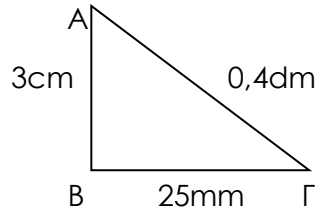
.....

**Γενικά έχουμε:**

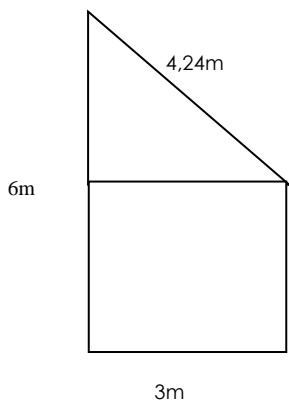
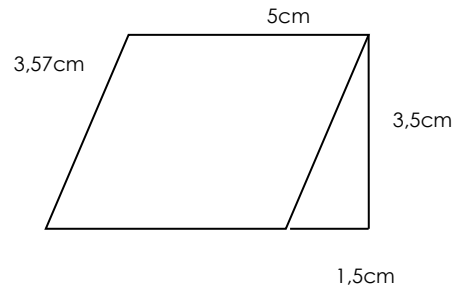
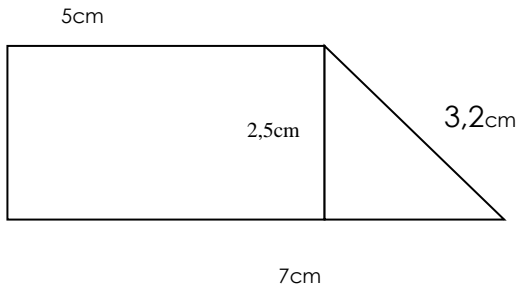
$$E_{\text{τριγ}} = \dots\dots\dots$$

Δραστηριότητες:

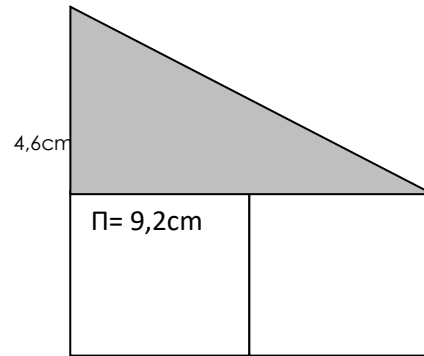
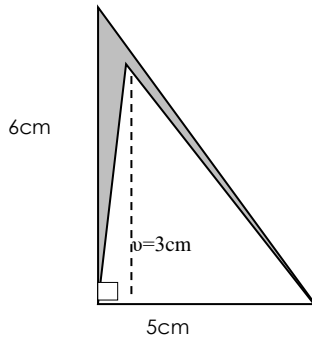
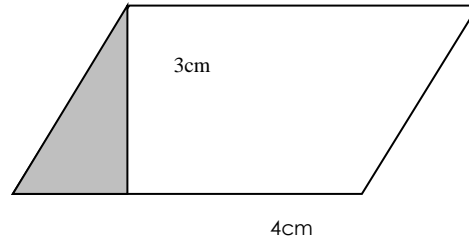
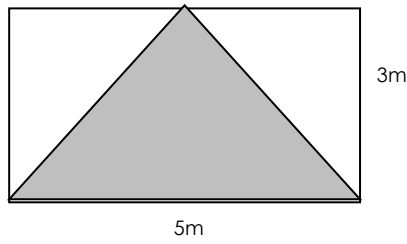
1. Να υπολογίσεις το εμβαδόν και την περίμετρο των τριγώνων:



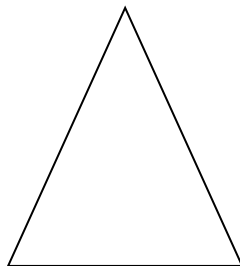
2. Να υπολογίσεις το εμβαδόν και την περίμετρο των σχημάτων:



4. Να υπολογίσεις το εμβαδόν του σκιασμένου σχήματος:

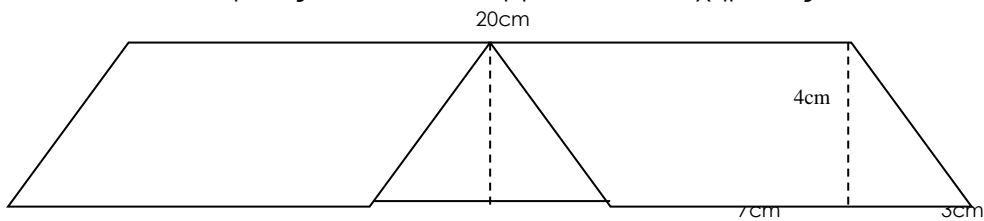


3. Να σχεδιάσεις πλάγιο παραλληλόγραμμο με εμβαδόν διπλάσιο από το εμβαδόν του παρακάτω τριγώνου:

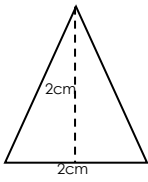


### Ασκήσεις πρόκλησης.....

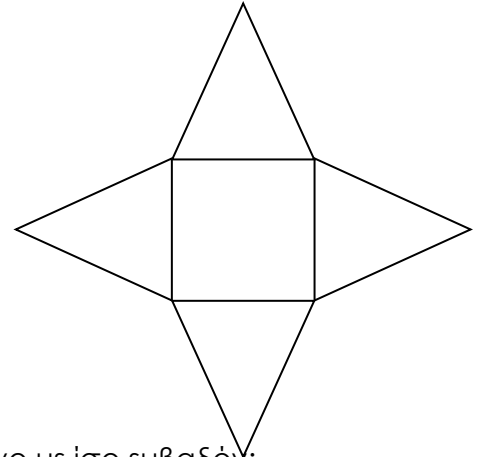
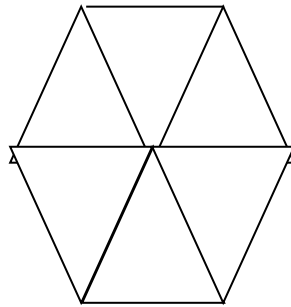
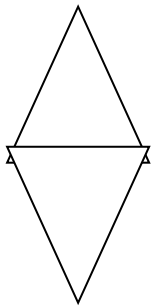
1. Να υπολογίσεις το συνολικό εμβαδόν του σχήματος:



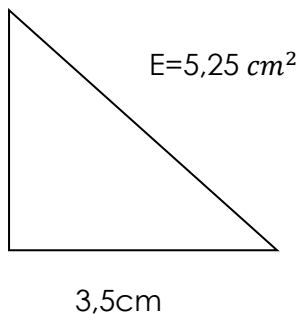
2. Αν ξέρω ότι το εμβαδόν του τριγώνου I είναι  $2 \text{ cm}^2$ , να βρω το εμβαδόν των παρακάτω σχημάτων:



I



3. Κατασκευάζω ένα οξυγώνιο κι ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο με ίσο εμβαδόν:

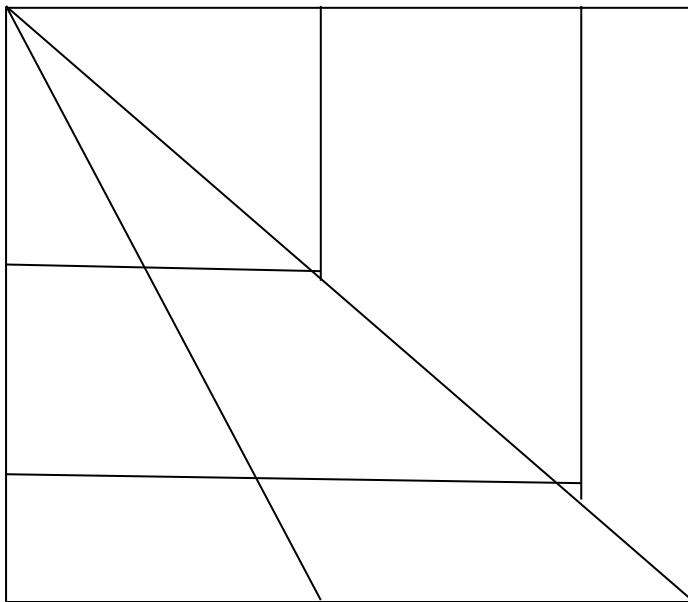


4. Κατασκευάζω ένα ορθογώνιο, ένα αμβλυγώνιο κι ένα οξυγώνιο τρίγωνο που είναι ισοσκελή κι έχουν εμβαδόν  $6 \text{ cm}^2$  :



5. Κατασκευάζω ένα πλάγιο παραλληλόγραμμο με  $E=24 \text{ cm}^2$  και ύψος 4cm:

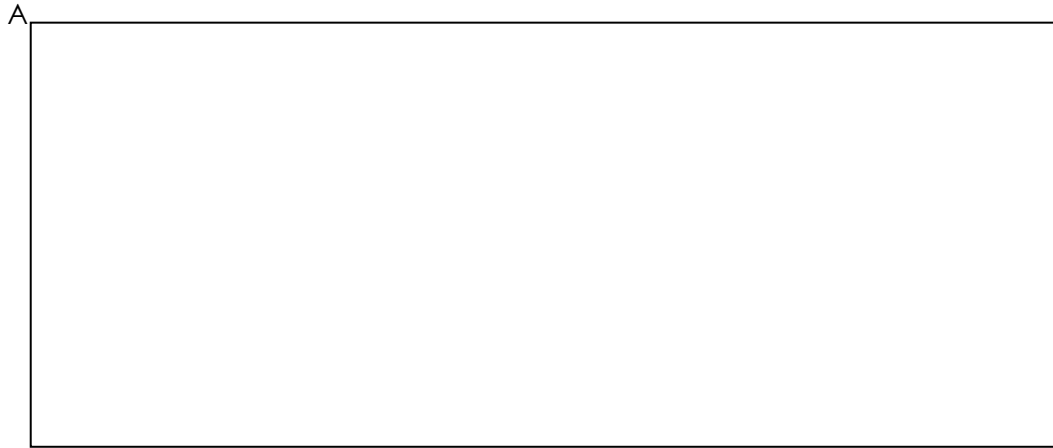
6. Βρίσκω τα τρίγωνα και τα τετράγωνα που ορίζονται στο παρακάτω μεγάλο τετράγωνο:



Ονόμασε με Α, Β, Γ κλπ. τα τρίγωνα που βρήκες ,κατάγραψε ποια είναι ίσα και εξήγησε γιατί είναι ίσα.

### Η μεγάλη πρόκληση...

Θέλω να σχηματίσω τρίγωνο με εμβαδόν ίσον με το  $\frac{1}{4}$  του εμβαδού του ορθογωνίου, φέρνοντας μόνο ένα ευθύγραμμο τμήμα από την κορυφή Α. Πώς μπορώ να το πετύχω; Πώς θα αποδείξω, χωρίς να μετρήσω, πως αυτό που σχημάτισα είναι πράγματι το  $\frac{1}{4}$  του αρχικού εμβαδού;

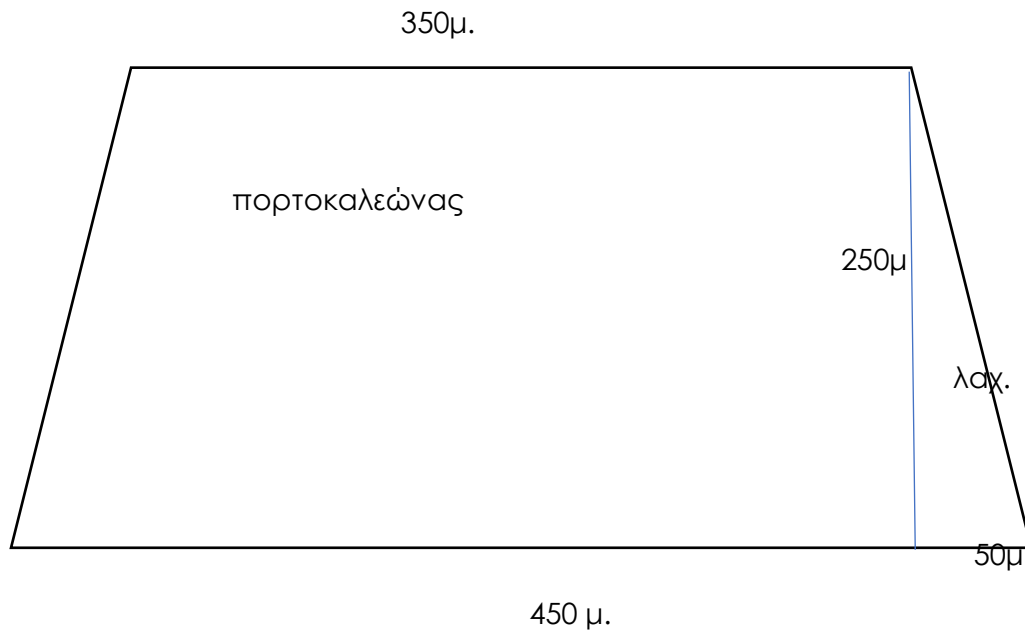


### Περιγράψω πως σκέφτηκα...

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

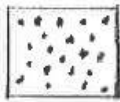
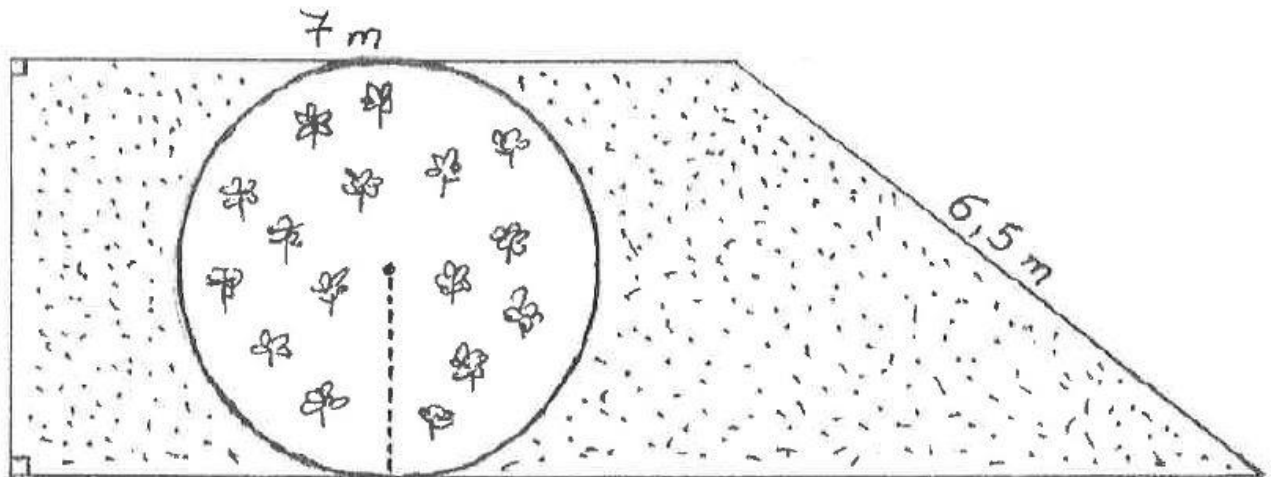
## Ασκήσεις και προβλήματα γεωμετρίας

1. Να υπολογίσεις το εμβαδόν του λαχανόκηπου, του πορτοκαλαιώνα και όλου του κτήματος.



2. Ένα κυκλικό στεφάνι γυμναστικής έχει ακτίνα 0,6 μ. Ποιο είναι το μήκος του;
3. Πόσα παιδιά μπορούν να κάτσουν σε κυκλικό παγκάκι ακτίνας 3μ, όταν κάθε παιδί καταλαμβάνει 0,2μ;

4. Το παρακάτω σχήμα δείχνει ένα παρτέρι που έχει περίμετρο 29,5m. Το ύψος του είναι ίσο με το  $\frac{1}{3}$  της μεγάλης βάσης του. Πόσα  $m^2$  καλύπτει το γρασίδι; (23,44 τ.μ.)

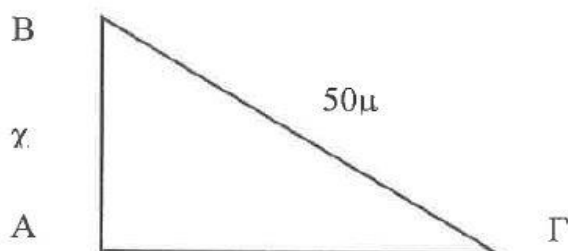


γρασίδι



ανθόκηπος

5. Ένα οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου τριγώνου έχει περίμετρο 120 μ. και η πλευρά ΑΓ είναι 10 μ. μεγαλύτερη από την ΑΒ. Ποιο είναι το εμβαδόν του;



6. Σημειώνω τη σωστή απάντηση:

**α.** Το μέγεθος μιας γωνίας εξαρτάται:

από το άνοιγμα των πλευρών της.

από το μήκος των πλευρών της.

και από τα δύο παραπάνω.

**β.** Από δύο σημεία μπορούν να περάσουν:

άπειρες ευθείες

μόνο μία ευθεία

μόνο δύο ευθείες

**γ.** Δύο ευθείες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και δεν έχουν κανένα κοινό σημείο λέγονται:

κάθετες

τεμνόμενες

παράλληλες

**δ.** Δύο ευθείες του ίδιου επιπέδου κάθετες σε μια τρίτη ευθεία είναι μεταξύ τους:

παράλληλες

κάθετες

τεμνόμενες

**ε.** Από ένα σημείο μπορούν/εί να περάσουν/ει:

μόνο μία ευθεία

δύο ευθείες

άπειρες ευθείες

**στ.** Κάθε κύκλος και ο αντίστοιχος κυκλικός δίσκος έχουν:

έναν άξονα συμμετρίας

κανέναν άξονα συμμετρίας

άπειρους άξονες συμμετρίας

**ζ.)** Κάθε ορθογώνιο τρίγωνο έχει:

τρεις ορθές γωνίες

μία ορθή γωνία

δύο ορθές γωνίες

**η) Το τετράγωνο έχει:**

- δύο άξονες συμμετρίας
- τέσσερις άξονες συμμετρίας
- έναν άξονα συμμετρίας

**θ) Η διάμετρος του κύκλου σε σχέση με την ακτίνα του είναι:**

- διπλάσια
- τριπλάσια
- τετραπλάσια

**ι) Περίμετρος τετραγώνου:**

- $\Pi = a^2$
- $\Pi = 4 \cdot a$
- $\Pi = 2 \cdot a$

**κ. Εμβαδό τετραγώνου:**

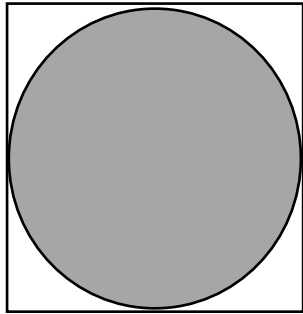
- $E = a+a+a+a$
- $E = 4 \cdot a$
- $E = a^2$

7. Να συμπληρώσεις Σ ή Λ:

- Μια ευθεία επεκτείνεται απεριόριστα.
- Οξεία γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μικρότερο των  $90^\circ$ .
- Δύο ευθείες του ίδιου επιπέδου είναι πάντα παράλληλες.
- Το ισόπλευρο τρίγωνο έχει όλες τις πλευρές του ίσες.
- Το ισοσκελές τρίγωνο μπορεί να είναι ορθογώνιο, οξυγώνιο ή αμβλυγώνιο.
- Το ισόπλευρο τρίγωνο είναι πάντα οξυγώνιο.
- Στα ισόπλευρα τρίγωνα όλες οι γωνίες είναι ίσες ( $60^\circ$  η καθεμία)
- Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει:  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$
- Το τετράγωνο έχει όλες τις πλευρές του ίσες και τις γωνίες του ορθές.
- Ένα τετράγωνο είναι και ρόμβος.
- Ένας ρόμβος είναι και τετράγωνο.
- Οι απέναντι πλευρές ενός παραλληλογράμμου είναι ίσες και παράλληλες.
- Εμβαδό παραλληλογράμμου:  $\beta \cdot u$
- Μήκος κύκλου:  $2 \cdot a \cdot 3,14$
- Εμβαδό κυκλικού δίσκου =  $a^2 \cdot 3,14$
- Σε όλα τα παραλληλόγραμμα οι διαγώνιες είναι και άξονες συμμετρίας.
- Στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο οι διαγώνιες είναι άξονες συμμετρίας και τέμνονται κάθετα.
- Εμβαδό τραπεζίου:  $\frac{B+\beta}{2} \cdot u$
- Εμβαδό τριγώνου :  $\frac{\beta \cdot u}{2}$
- Το εμβαδό του τριγώνου είναι ίσο με το  $\frac{1}{2}$  του εμβαδού ενός παραλληλογράμμου, που έχει ίδια βάση και ίδιο ύψος.

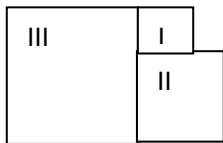


8. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου, αν η περίμετρος του τετραγώνου είναι 24m.:

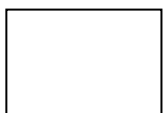


β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του λευκού τμήματος του τετραγώνου.

9. Να βρεις την περίμετρο του σχήματος αν το τετράγωνο I έχει εμβαδόν 4 τ.εκ. και του II 9τ.εκ.



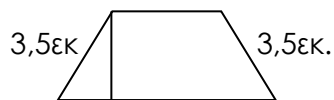
10. Να συμπληρώσεις τα στοιχεία που λείπουν:



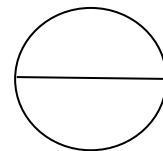
$E = 24 \text{ τ.εκ}$   
 $\beta = 6\text{εκ.}$   
 $\upsilon = \dots$   
 $\Pi = \dots$   
 κύκλου = .....



$E = \dots$   
 $\beta = 4\text{εκ.}$   
 $\upsilon = 5\text{εκ.}$   
 $\Pi = \dots$



$E = \dots$   
 $B = 5\text{εκ.}$   
 $\beta = 4\text{εκ.}$   
 $\upsilon = 3\text{εκ.}$   
 $\Pi = \dots$

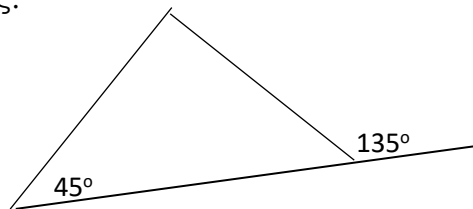
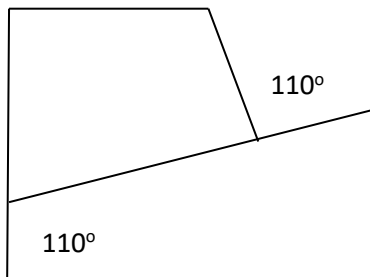


$E = \dots$   
 $\delta = 6\text{εκ.}$   
 $\alpha = \dots$   
 Μήκος

11. Απαντώ Σ ή Λ:

- |  |     |
|--|-----|
| A. Τρίγωνο με γωνία $A=60^\circ$ και γωνία $B=60^\circ$ είναι ισοσκελές    | Σ Λ |
| B. ένα σκαληνό τρίγωνο μπορεί να είναι ισόπλευρο                           | Σ Λ |
| Γ. Εάν μια γωνία είναι $40^\circ$ , η παραπληρωματική της είναι $50^\circ$ | Σ Λ |
| Δ. Τρίγωνο με γωνία $A=60^\circ$ και γωνία $B=120^\circ$ είναι ισοσκελές   | Σ Λ |
| E. ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο μπορεί να είναι ισόπλευρο                        | Σ Λ |
| ΣΤ. το μήκος του κύκλου είναι 2 φορές η ακτίνα επί 3,14                    | Σ Λ |

12. Να υπολογίσεις τις γωνίες του σχήματος:



13. Να υπολογίσεις τις γωνίες του τριγώνου με γωνία  $A=3^2 \cdot (1000 \cdot 0,01)$  και γωνία  $B=4^2 \cdot 3 - 3$ :



**ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ**

Ελίνο-Αγγλικανό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα

Μητροπολιτικό - Δραπετσώ - Γυμνάσιο - Λύκειο

ΚΟΛΛΕΓΙΑ ΣΕΡΡΩΝ - ΚΟΛΛΕΓΙΑ ΠΡΩΣΗΣ - ΚΟΛΛΕΓΙΑ ΚΑΡΠΕΣ



## **ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ**

Ελληνο-Αμερικανικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα

Νηπιαγωγείο • Δημοτικό • Γυμνάσιο • Λύκειο

ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ • ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΨΥΧΙΚΟΥ • ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ Ι.Μ.ΚΑΡΡΑΣ