



ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Ελληνο-Αμερικανικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα

Νηπιαγωγείο • Δημοτικό • Γυμνάσιο • Λύκειο

ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ • ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΨΥΧΙΚΟΥ • ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ Γ.Μ. ΚΑΡΡΑΣ

1925

Δημοτικό
Κολλεγίου Ψυχικού

Τάξη 6^η

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

6^{ης} τάξης

Τεύχος 6^ο

Λόγοι-Αναλογίες

Ανάλογα κι Αντιστρόφως Ανάλογα Ποσά

Συνοδευτικό Φυλλάδιο

Όνομα: designed by Freepik

Τμήμα:



Περιεχόμενα

| | |
|---|----|
| 1. Λόγοι | 3 |
| 2. Αναλογίες | 5 |
| 3. Υπολογίζω ανάλογα ποσά..... | 6 |
| 4. Σταθερά και μεταβλητά ποσά | 9 |
| 5. Επαναληπτικές ασκήσεις..... | 11 |
| 6. Ανάλογα Ποσά | 13 |
| 7. Λύνω προβλήματα με ανάλογα ποσά..... | 15 |
| 7α. Μερισμός σε ανάλογα μέρη..... | 18 |
| 8. Αντιστρόφως ανάλογα ποσά | 21 |
| 9. Προβλήματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά..... | 24 |
| 10. Η απλή μέθοδος των τριών | 27 |
| 11. Λύνω προβλήματα με ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα ποσά | 29 |



1. Λόγοι

Αν στο μπάσκετ κάνω 10 σουτ και ευστοχήσω στα 7, μπορώ απλά να πω πως έχω:

ευστοχία 7 προς 10 ή πέτυχα τα $\frac{7}{10}$ των σουτ που δοκίμασα.

Η φράση **7 προς 10**, όπως και το κλάσμα $\frac{7}{10}$ που συγκρίνει και μας δείχνει τη σχέση των εύστοχων βολών ως προς τις βολές που πέτυχα, ονομάζεται **λόγος**.

Τα σουτ που έκανα, καθώς και τα σουτ που ευστόχησα, ονομάζονται **ποσά ή μεγέθη**

Τι ονομάζουμε ποσό ή μέγεθος;

.....
.....



Λόγος ενός μεγέθους ή ποσού Α **προς** ένα μέγεθος ή ποσό Β είναι το πηλίκο της διαίρεσης:

(αριθμός που μετράει το ποσό Α) : (αριθμός που μετράει το ποσό Β)

Ο λόγος είναι το αποτέλεσμα της σύγκρισης μεταξύ δυο μεγεθών



Δραστηριότητες:

1. Σ' ένα σχολικό λεωφορείο μπήκαν 36 παιδιά. Τα 12 από αυτά είναι αγόρια ενώ τα υπόλοιπα κορίτσια.

Σχηματίζω τον λόγο:

α) του αριθμού των αγοριών προς τον αριθμό όλων των παιδιών.

$$\frac{\text{αγόρια}}{\text{παιδιά}} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

β) του αριθμού των αγοριών προς τον αριθμό των κοριτσιών.

$$\frac{\text{αγόρια}}{\text{κορίτσια}} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

γ) του αριθμού των κοριτσιών προς τον αριθμό των παιδιών.

$$\frac{\text{κορίτσια}}{\text{παιδιά}} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

δ) του αριθμού των κοριτσιών προς τον αριθμό των αγοριών.

$$\frac{\text{κορίτσια}}{\text{αγόρια}} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$



2. Βρίσκω τον λόγο:

α) της πλευράς του τετραγώνου (5 εκ.) προς την περίμετρό του.

β) της πλευράς του ίδιου τετραγώνου προς το εμβαδόν του.

γ) της πλευράς (3 εκ.) ενός ισόπλευρου τριγώνου προς την περίμετρό του.

δ) της περιμέτρου ενός κανονικού εξαγώνου προς την πλευρά του (4 εκ.)



2. Αναλογίες

Αν σε έναν αγώνα μπάσκετ εγώ έχω ευστοχία $\frac{7}{10}$ στις βολές κι ένας συμμαθητής μου $\frac{14}{20}$,

ποιος είναι πιο εύστοχος;

Παρατηρώ πως $\frac{7}{10} = \frac{14}{20}$ άρα έχουμε την ίδια ευστοχία.

Όταν έχουμε ίσους λόγους, λέμε ότι έχουμε αναλογία

Αναλογία είναι η ισότητα δύο λόγων

Δραστηριότητες:

1. Συμπληρώνω ό,τι λείπει για να έχω ίσους λόγους (αναλογίες).

$$\frac{1}{4} = \frac{\quad}{16}$$

$$\frac{2}{7} = \frac{10}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{5} = \frac{20}{50}$$

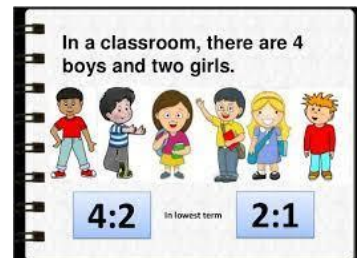
$$\frac{2}{5} = \frac{\quad}{30}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{15}{\quad}$$

$$\frac{3}{\quad} = \frac{9}{24}$$

$$\frac{12}{\quad} = \frac{48}{60}$$

$$\frac{7}{14} = \frac{\quad}{42}$$



2. Σχηματίζω αναλογίες χρησιμοποιώντας τους κατάλληλους λόγους:

$$\frac{1}{7}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{8}{12}, \frac{3}{21}, \frac{20}{25} \longrightarrow \text{α) } \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \quad \text{β) } \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \quad \text{γ) } \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

3. Τοποθετώ κατάλληλα τους αριθμούς, ώστε να σχηματιστούν αναλογίες:

α) 3, 5, 15, 25

γ) 20, 40, 50, 100

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

β) 4, 16, 5, 20

δ) 4, 9, 3, 12

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$



3. Υπολογίζω ανάλογα ποσά

Για να φτιάξω πορτοκαλί χρώμα ανακατεύω κόκκινο και κίτρινο χρώμα. Για μια συγκεκριμένη απόχρωση ανακατεύω 1 κιλό κόκκινο με 2 κιλά κίτρινο χρώμα.

Λόγος $\frac{\text{Κόκκινο χρώμα σε κιλά}}{\text{Κίτρινο χρώμα σε κιλά}} = \frac{1}{2}$

α) Αν ανακατέψω 2 κιλά κόκκινο με 4 κιλά κίτρινο χρώμα, θα φτιάξω την ίδια απόχρωση;

Για να φτιάξω ίδια απόχρωση αλλά σε μεγαλύτερη ποσότητα πρέπει ο λόγος κόκκινου προς κίτρινο να είναι ανάλογος με τον αρχικό λόγο....

Άρα αφού $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ τότε οι αποχρώσεις θα είναι ακριβώς ίδιες!!!



β) Με πόσα κιλά κίτρινο χρώμα θα ανακατέψω 3 κιλά κόκκινο χρώμα για να φτιάξω την ίδια απόχρωση;

γ) Με πόσα κιλά κόκκινο χρώμα θα ανακατέψω 10 κιλά κίτρινο χρώμα για να φτιάξω την ίδια απόχρωση;

δ) Σχημάτισε ένα δικό σου λόγο δύο χρωμάτων για να πάρεις την ίδια απόχρωση.



Δραστηριότητες:

1. Υπολογίζω τον άγνωστο όρο των παρακάτω αναλογιών υπολογίζοντας τα σταυρωτά (χιαστί) γινόμενα:

α) $\frac{2}{9} = \frac{6}{X}$

β) $\frac{X}{3} = \frac{20}{12}$

γ) $\frac{3}{X} = \frac{15}{35}$

δ) $\frac{4}{X} = \frac{2}{1,2}$

ε) $\frac{X}{4} = \frac{2\frac{1}{2}}{15}$

στ) $\frac{3^0}{2^3} = \frac{X}{4^2}$

2. Ανακατεύω μπλε και κίτρινο χρώμα για να φτιάξω μια απόχρωση του πράσινου. Χρειάζομαι **1 κουτί μπλε προς 3 κουτιά κίτρινο**. Αν έχω 4 κουτιά μπλε, πόσα κουτιά κίτρινο θα χρειαστώ για να φτιάξω απόχρωση του πράσινου με την **ίδια αναλογία**;



Πορεία επίλυσης

α) Σχηματίζω την αναλογία βάζοντας μεταβλητή στον ποσό του οποίου δεν γνωρίζω την τιμή: $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\chi}$

β) Σχηματίζω την εξίσωση εφαρμόζοντας τα σταυρωτά γινόμενα: $\alpha\chi = \beta\gamma$

γ) επιλύω την εξίσωση και υπολογίζω τη μεταβλητή: $\chi = \dots$



3. Έχω 16 λευκές χάντρες και πολλές μαύρες χάντρες. Θέλω να φτιάξω ένα κομπολόι με λευκές και μαύρες χάντρες που να έχουν **λόγο 2 προς 3**. Πόσες μαύρες χάντρες θα χρειαστώ;
4. Για ένα κέικ σοκολάτας, εκτός από τα άλλα υλικά, χρειάζομαι 5 αυγά και $2\frac{1}{2}$ φλιτζάνια ζάχαρη. Θέλω να φτιάξω μεγαλύτερη ποσότητα (με την ίδια συνταγή, **την ίδια αναλογία υλικών**). Αν έχω 8 αυγά, πόσα φλιτζάνια ζάχαρη θα χρειαστώ;



4. Σταθερά και μεταβλητά ποσά

1. Συμπληρώνω (Σ) αν το ποσό είναι σταθερό και (Μ) αν είναι μεταβλητό:

- () Η ηλικία του ανθρώπου.
- () Το ύψος μια πολυκατοικίας.
- () Η απόσταση Αθήνας – Πάτρας.
- () Το βάρος ενός παιδιού.
- () Το ύψος ενός δέντρου.
- () Η περίμετρος ενός τετραγώνου.
- () Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου.
- () Η θερμοκρασία που βράζει το νερό.
- () Η θερμοκρασία σήμερα.
- () Η ταχύτητα ενός αυτοκινήτου.

2. Κυκλώνω τις λέξεις που φανερώνουν μέγεθος ή ποσό:

| | | | |
|----------------|--------|-----------------|----------|
| ταχύτητα | φόβος | εμβαδόν | θάρος |
| θερμοκρασία | χρόνος | μήκος | πόνος |
| τιμή προϊόντος | ύψος | αυτοσυγκέντρωση | καλοσύνη |



3. Αντιστοιχίζω τα ποσά της πρώτης στήλης με τις τιμές της δεύτερης στήλης.

Η περίμετρος του τριγώνου ●

● Είκοσι μαθητές

Το πλήθος των μαθητών ●

● Ο Αντώνης είναι 1,80 μ.

Το ύψος του Αντώνη ●

● Τέσσερα κιλά αχλάδια

Το βάρος των αχλαδιών ●

● 5,3 εκατοστά



5. Επαναληπτικές ασκήσεις

1. Συμπληρώνω Σωστό ή Λάθος:

| | |
|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | Η σύγκριση δύο ποσών ονομάζεται λόγος |
| <input type="checkbox"/> | Κάθε κλάσμα φανερώνει κάποιο λόγο |
| <input type="checkbox"/> | Αν αντιστρέψω τους όρους ενός λόγου, παίρνω τον αντίστροφο λόγο |
| <input type="checkbox"/> | Οι αντίστροφοι λόγοι είναι ανάλογοι μεταξύ τους |
| <input type="checkbox"/> | Αναλογία είναι η ισότητα μεταξύ λόγων |
| <input type="checkbox"/> | Δυο κλάσματα που είναι ισοδύναμα δεν αντιπροσωπεύουν οπωσδήποτε ίσους λόγους |
| <input type="checkbox"/> | Με μια αναλογία πετυχαίνω ομοιότητα, όχι ισότητα των μεγεθών |
| <input type="checkbox"/> | Η ισότητα $\frac{6}{2} = 3$ είναι αναλογία |
| <input type="checkbox"/> | Η ισότητα $\frac{3}{5} = \frac{5}{3}$ είναι αναλογία |
| <input type="checkbox"/> | Δεν μπορούν να μετρηθούν όλα τα ποσά |
| <input type="checkbox"/> | Ο αριθμός που αντιστοιχεί σε ένα ποσό, ονομάζεται αριθμητική τιμή του ποσού |
| <input type="checkbox"/> | Σε δυο ανάλογα ποσά ισχύει πάντα το σταυρωτό γινόμενο |
| <input type="checkbox"/> | Κάθε σύγκριση μεγεθών μπορεί να εκφραστεί ως λόγος, κλάσμα ή πηλίκον |



2. Επιλέγω τη σωστή απάντηση:

- Ο λόγος των άστοχων προς τις εύστοχες βολές είναι 3 προς 7. Άρα σούταρα...
α) 3 βολές β) 7 βολές γ) 10 βολές
- Αν ο λόγος των άστοχων προς τις εύστοχες βολές μου είναι 3 προς 5 και εγώ ευστόχησα σε 15 βολές, οι συνολικές βολές μου ήταν...
α) 24 β) 9 γ) 15
- Αν σε μια τάξη με 24 παιδιά τα κορίτσια είναι 14, ο λόγος των κοριτσιών προς τα αγόρια είναι...
Α) 14 προς 24 β) 24 προς 14 γ) 7 προς 5
- Στη γεωγραφία απάντησα σωστά στις 12 από τις 15 ερωτήσεις του τεστ και στην ιστορία στις 8 από τις 10. Είμαι καλύτερος...
α) στην ιστορία β) στη γεωγραφία γ) σε κανένα από τα δυο
- Για να φτιάξω ένα γλυκό για 4 άτομα χρειάζομαι 3 κιλά αλεύρι. Αν θέλω να φτιάξω το ίδιο κέικ για 10 άτομα, η αναλογία που μου δείχνει το αλεύρι που θα χρησιμοποιήσω είναι...
α) $\frac{4}{3} = \frac{10}{7,5}$ β) $\frac{3}{4} = \frac{10}{7,5}$ γ) $\frac{4}{3} = \frac{7,5}{10}$
- Για να φτιάξω ένα παραλληλόγραμμο με μήκος 5 εκ. και με λόγο πλάτους προς μήκος 1 προς 2 πρέπει το πλάτος να είναι...
α) 2,5μ β) 10εκ. γ) 0,025εκ.
- Σε έναν χάρτη με κλίμακα 1:100.000 η απόσταση δυο νησιών είναι 15εκ. Η πραγματική τους απόσταση είναι...
α) 15 χμ β) 1.500 χμ γ) 15 0 χμ



6. Ανάλογα Ποσά

Ανάλογα ονομάζονται τα ποσά των οποίων οι αντίστοιχες τιμές έχουν τον ίδιο λόγο.

Δραστηριότητες:

1. Ποια από τα παρακάτω ζευγάρια ποσών είναι ανάλογα; Γράφω ΝΑΙ ή ΟΧΙ.


- (βάρος εμπορεύματος – χρηματική αξία του)
- (ηλικία – ύψος)
- (ημέρες εργασίας – χρηματική αμοιβή)
- (μήκος υφάσματος – αξία σε ευρώ)
- (ώρα – θερμοκρασία)
- (χιλιόμετρα – κατανάλωση βενζίνης)
- (αριθμός εργατών – έργο που εκτελούν)
- (ταχύτητα – χρόνος)

2. Συμπληρώνω τους παρακάτω πίνακες, έτσι ώστε τα ποσά να είναι ανάλογα.

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | | | ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | | |
|---------------------|---|-------|-----|---|--------------------|---|-------|---|----|
| ύφασμα σε μέτρα | 1 | 2 | | 6 | μήλα σε κιλά | 1 | | 3 | |
| αξία σε ευρώ | | 80 | 160 | | αξία σε ευρώ | | 6 | 9 | 12 |
| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | | | ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | | |
| μερίδες κρέατος | | 2 | | 4 | | | 8 | | 9 |
| βάρος (σε γραμ.) | | 300 | | | 900 | | | | |

Proportion


Proportion is a way of comparing quantities.



3 out of 6 sweets were blue.

Sweet Proportions

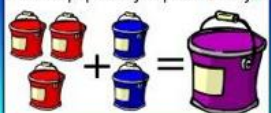
Proportion tells us how many of one kind of sweet there are, out of the total number of sweets.



4 out of 14 sweets are blue
3 out of 14 sweets are yellow
7 out of 14 sweets are red.


Paint Proportions

Purple paint contains 3 red and 2 blue paint cans. The proportion of red paint is 3 out of 5.



Writing Proportions

Proportions can be expressed in several ways: fraction, decimal, percent, or written as ... out of ...



In a group there are 3 girls out of 4 children. The proportion of girls can be written as:
 $\frac{3}{4}$, or 0.75 (3 divided by 4) or 75% are girls.



3. Στον παρακάτω πίνακα συμπληρώνω τις τιμές , ώστε τα ποσά να είναι ανάλογα.

| | |
|-------------|-----|
| 250 γραμ. | 5 € |
| 50 γραμ. | |
| 500 γραμ. | |
| 750 γραμ. | |
| 1.000 γραμ. | |

4. Επιλέγω τη σωστή απάντηση, δικαιολογώντας προφορικά την επιλογή μου.

α. 4 εργάτες χτίζουν 10 μ. τοίχο σε μια μέρα.

Οι 8 εργάτες χτίζουν: 8 μ. 10 μ. 20 μ.

β. Το ύψος 2 ορόφων μιας πολυκατοικίας είναι 6 μ.

Το ύψος 6 ορόφων είναι : 18 μ. 6 μ. 3 μ.

γ. 3 μαρκαδόροι κοστίζουν 2 €.

Ένα κουτί με 12 όμοιους μαρκαδόρους κοστίζει : 3 € 6 € 8 €

δ. Από 20 κιλά ελιές παίρνουμε 5 λίτρα λάδι.

Από 1 τόνο ελιές παίρνουμε: 25 λίτρα 250 λίτρα 100 λίτρα λάδι



7. Λύνω προβλήματα με ανάλογα ποσά

Πρόβλημα: Ένας ζαχαροπλάστης χρησιμοποιεί 5 φλιτζάνια ζάχαρη για 8 φλιτζάνια αλεύρι. Αν χρησιμοποιήσει 15 φλιτζάνια αλεύρι, πόση ζάχαρη θα χρειαστεί;

Λύση

1^ο βήμα: σχηματίζω πίνακα ποσών και τιμών και τον συμπληρώνω

| ΠΟΣΑ | ΤΙΜΕΣ | |
|-----------------------|-------|----|
| Ζάχαρη (φλιτζάνια) | 5 | x |
| Αλεύρι (φλιτζάνια) | 8 | 15 |

2^ο βήμα: εξετάζω, αν τα ποσά είναι ανάλογα και σχηματίζω την αναλογία

Τα ποσά είναι ανάλογα, γιατί όσες φορές αυξάνεται η τιμή του ενός, τόσες φορές αυξάνεται και η αντίστοιχη τιμή του άλλου ποσού. Άρα:

$$\frac{5}{8} = \frac{x}{15}$$

3^ο βήμα: σχηματίζω το σταυρωτό γινόμενο και βρίσκω το x

$$8 \cdot x = 5 \cdot 15$$

.....
.....

Δραστηριότητες: Λύνω τα προβλήματα

- Ένας αρτοποιός με 10 κιλά αλεύρι φτιάχνει 15 κιλά ψωμί. Αν θέλει να φτιάξει 450 κιλά ψωμί, πόσο αλεύρι θα χρειαστεί;

| ΠΟΣΑ | ΤΙΜΕΣ | |
|------------------|-------|--|
| αλεύρι (κιλά) | | |
| ψωμί (κιλά) | | |



2. Ένα εργοστάσιο χαρτοποιίας κατασκευάζει 36 τετράδια με 3 κιλά χαρτοπολλτού. Πόσα τετράδια θα κατασκευάσει με 2 τόνους χαρτοπολλτού;

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | |
|------|--|-------|--|
| | | | |
| | | | |

3. Από μια βρύση σε 15 λεπτά της ώρας τρέχουν 450 λίτρα νερού. Πόσα λίτρα νερού θα τρέξουν σε 2 ώρες και 15 λεπτά;

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | |
|------|--|-------|--|
| | | | |
| | | | |

4. Τα $\frac{3}{4}$ κιλά τυρί κοστίζουν 6,5 €. Πόσα ευρώ κοστίζουν τα 3 κιλά ίδιας ποιότητας τυριού;

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | |
|------|--|-------|--|
| | | | |
| | | | |

5. Για την εκτέλεση των $\frac{2}{5}$ ενός έργου ξοδέψαμε 50.000 €. Πόσα ευρώ θα χρειαστούμε για να εκτελέσουμε ολόκληρο το έργο;

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | |
|------|--|-------|--|
| | | | |
| | | | |



6. Ο Παύλος αγόρασε 15 κουτιά με 10 βόλους στο καθένα και πλήρωσε 30 €. Ο Βασίλης αγόρασε 4 κουτιά με 20 βόλους στο καθένα κουτί. Πόσα ευρώ πλήρωσε;

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | |
|------|--|-------|--|
| | | | |
| | | | |

7. Τα $\frac{3}{5}$ κιλά μέλι κοστίζουν 2,4 €. Πόσα κιλά μελιού θα αγοράσω με 100 €;

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | |
|------|--|-------|--|
| | | | |
| | | | |



7α. Μερισμός σε ανάλογα μέρη

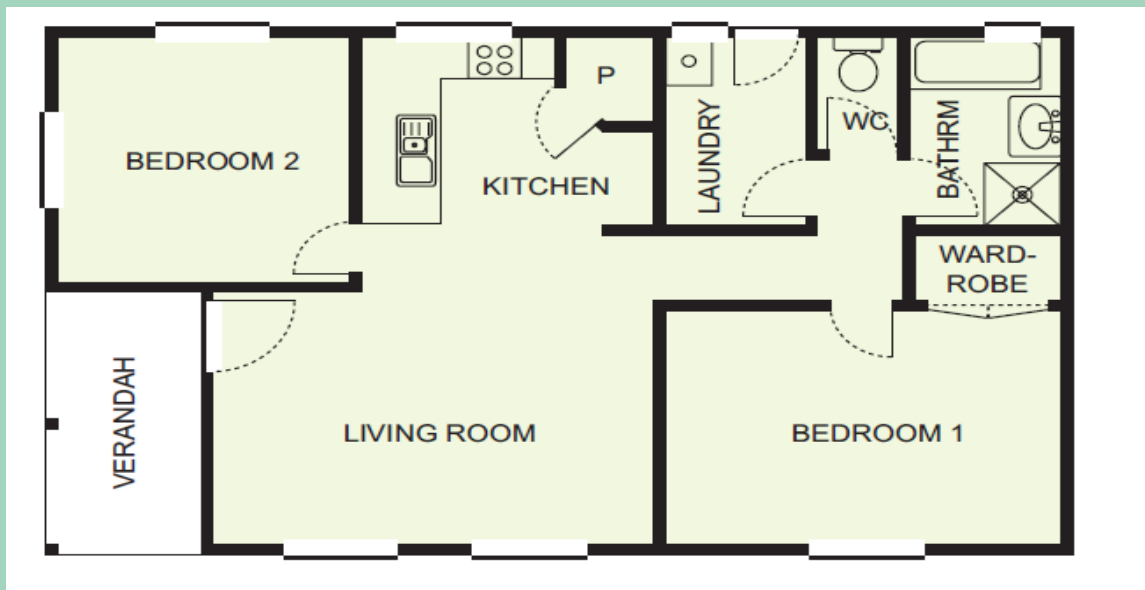
1. Δύο κτηνοτρόφοι ένωσαν τα κοπάδια τους. Ο α' είχε 30 πρόβατα ενώ ο β' 10 πρόβατα λιγότερα. Για τα ζώα αυτά πήραν επιδότηση από την Ε.Ε. (Ευρωπαϊκή Ένωση) 2.250 €. Πόσα ευρώ αναλογούν στον κάθε κτηνοτρόφο;

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | |
|------|--|-------|--|
| | | | |
| | | | |

2. Ένας παππούς μοίρασε στα 4 εγγόνια του 108€ με έναν όρο: Κάθε εγγόνι να πάρει όσα χρήματα αναλογούν στον βαθμό που πήρε στο τρίμηνο στα μαθηματικά. Αν ο α' πήρε 9, ο β' 10, ο γ' 8 και ο δ' 9, πόσα χρήματα θα πάρει κάθε εγγονός;



Διερεύνηση – Επέκταση



- Το παραπάνω σχέδιο είναι σε κλίμακα 1:120. Να υπολογίσεις τις πραγματικές διαστάσεις όλου του σπιτιού εξωτερικά.
- Να υπολογίσεις τις διαστάσεις της κρεβατοκάμαρας 2 και της βεράντας
- Να υπολογίσεις το κόστος να στρωθούν με πλακάκια αξίας 45,25€ ανά μέτρο, το μπάνιο, το wc, το πλυσταριό και η κουζίνα.



Να σχεδιάσεις σε κλίμακα το δωμάτιό σου με τα έπιπλα.



8. Αντιστρόφως ανάλογα ποσά

Αντιστρόφως Ανάλογα ονομάζονται τα ποσά των οποίων οι αντίστοιχες τιμές έχουν σταθερό γινόμενο.

Στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά, όσο μεγαλώνει η τιμή του ενός ποσού, τόσο μειώνεται η αντίστοιχη τιμή του άλλου ποσού (και αντίστροφα).

Για παράδειγμα: Οι 10 εργάτες ολοκληρώνουν ένα έργο σε 5 ημέρες.
Οι 5 εργάτες ολοκληρώνουν το ίδιο έργο σε 10 ημέρες

Δραστηριότητες:

1. Ελέγχω αν τα παρακάτω ποσά είναι ανάλογα (Α) ή αντιστρόφως ανάλογα (ΑΑ):

α. βάρος φρούτων (κιλά) – αξία (σε ευρώ)

β. εργάτες – ημέρες που τελειώνουν ένα έργο

γ. μήκος υφάσματος (μ.) – τιμή (σε ευρώ)

δ. αριθμός ζώων – χρόνος κατανάλωσης τροφής (μέρες)

ε. αριθμός ζώων – ποσότητα τροφής (κιλά)



2. Επιλέγω τη σωστή απάντηση και δικαιολογώ την επιλογή μου:

α. Οι 20 κατασκηνωτές περνούν 10 μέρες με τα τρόφιμα που έχουν. Οι 10 κατασκηνωτές πόσες μέρες θα περάσουν με τα ίδια τρόφιμα;

10 μέρες

20 μέρες

5 μέρες

Γιατί

.....

β. Οι 8 εργάτες τελειώνουν ένα έργο σε 3 μέρες. Οι μισοί εργάτες θα τελειώσουν το έργο σε:

4 μέρες

8 μέρες

6 μέρες

Γιατί

.....

γ. Ένα αυτοκίνητο, τρέχοντας με ταχύτητα 80 χλμ./ώρα, διανύει μια απόσταση σε 5 ώρες.

Αν τρέχει με ταχύτητα 100 χλμ./ώρα θα διανύσει την ίδια απόσταση σε:

8 ώρες

4 ώρες

2 ώρες

Γιατί

.....

δ. Τα 3 φορτηγά μεταφέρουν μια ποσότητα άμμου σε 4 δρομολόγια. Τα 6 φορτηγά θα την μεταφέρουν σε:

2 δρομολόγια

4 δρομολόγια

6 δρομολόγια

Γιατί.....

ε. Μια ποσότητα λαδιού τη βάλουμε σε 5 δοχεία των 4 λίτρων το καθένα. Αν χρησιμοποιήσουμε δοχεία των 2 λίτρων θα χρειαστούμε:

8 δοχεία

10 δοχεία

20 δοχεία

Γιατί

.....



3. Στο τυροκομείο του συνεταιρισμού έβαλαν μια ποσότητα τυριού σε 60 δοχεία των 5 κιλών. Συμπληρώνω στον παρακάτω πίνακα τα ποσά και τις αντίστοιχες τιμές τους.

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | | | |
|------|----|-------|----|----|----|
| | 5 | 10 | 15 | 20 | 30 |
| | 60 | | | | |

Είναι τα ποσά του πίνακα αντιστρόφως ανάλογα;

Δικαιολογώ την απάντησή μου.

.....

.....

.....

.....



9. Προβλήματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά

Πρόβλημα: Οι 10 εργάτες ολοκληρώνουν ένα έργο σε 5 ημέρες. Οι 5 εργάτες σε πόσες ημέρες ολοκληρώνουν το ίδιο έργο;

Λύση

1^ο βήμα: σχηματίζω πίνακα ποσών και τιμών και τον συμπληρώνω

| ΠΟΣΑ | ΤΙΜΕΣ | |
|------------------|-------|---|
| Αριθμός εργατών | 10 | 5 |
| Ημέρες διάρκειας | 5 | x |

2^ο βήμα: εξετάζω, αν τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα.

Τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα, γιατί όσες φορές αυξάνεται η τιμή του ενός, τόσες φορές μειώνεται η τιμή του αντίστοιχου. Άρα:

$$\frac{10}{5} = \frac{5}{x}$$

3^ο βήμα: σχηματίζω το γινόμενο των αντίστοιχων τιμών και βρίσκω το x

$$5 \cdot x = 5 \cdot 10$$

.....

.....

Δραστηριότητες:

1. Οι 6 εργάτες τελειώνουν ένα έργο σε 20 μέρες. Οι 10 εργάτες ίδιας απόδοσης, σε πόσες μέρες θα τελειώσουν το ίδιο έργο;

| ΠΟΣΑ | ΤΙΜΕΣ | |
|---------|-------|--|
| εργάτες | | |
| μέρες | | |



2. Σε μία κατασκήνωση τα 60 παιδιά έχουν τροφές για 15 ημέρες. Αν έρθουν άλλα 30 παιδιά, για πόσες μέρες θα περάσουν με τις ίδιες τροφές;

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | |
|------|--|-------|--|
| | | | |
| | | | |

3. Το συνεργείο του Δήμου Παιανίας που αποτελείται από 8 εργάτες, χρειάζεται 6 μέρες για να πλακοστρώσει ένα πεζοδρόμιο. Πήρε όμως εντολή από τον δήμαρχο να τελειώσει την εργασία αυτή σε 4 μέρες. Πόσοι εργάτες πρέπει να προστεθούν ακόμη στο συνεργείο;

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | |
|------|--|-------|--|
| | | | |
| | | | |

4. Το πετρέλαιο που υπάρχει στη δεξαμενή της πολυκατοικίας φτάνει για 15 μέρες, αν καταναλώνονται 80 λίτρα την ημέρα. Επειδή όμως έκανε περισσότερο κρύο, η ημερήσια κατανάλωση αυξήθηκε κατά το $\frac{1}{4}$ της αρχικής. Σε πόσες μέρες θα χρειαστεί να ξαναβάλουμε πετρέλαιο;

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | |
|------|--|-------|--|
| | | | |
| | | | |



5. Ο Δήμος Γλυφάδας είχε ένα ορθογώνιο οικόπεδο με μήκος 45 μ. και πλάτος 10 μ. Για να φτιάξει μια παιδική χαρά το αντάλλαξε με ένα άλλο πιο κατάλληλο ορθογώνιο οικόπεδο ίσης έκτασης με μήκος 30 μ. Πόσα μέτρα ήταν το πλάτος του δεύτερου οικοπέδου;

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | |
|------|--|-------|--|
| | | | |
| | | | |

6. Το συνεργείο της ΔΕΗ με 4 τεχνικούς τελειώνει την ηλεκτροδότηση μια ορεινής περιοχής σε 24 ημέρες, αν δουλεύει 7 ώρες την ημέρα. Επειδή όμως έπρεπε να τελειώσει το έργο πιο γρήγορα, αποφάσισαν να προσλάβουν άλλους 8 τεχνικούς και να εργάζονται όλοι τους 8 ώρες την ημέρα. Σε πόσες μέρες θα τελειώσει τώρα το έργο;

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | |
|------|--|-------|--|
| | | | |
| | | | |

7. Συμπληρώνω το πρόβλημα με την κατάλληλη ερώτηση, έτσι ώστε τα ποσά να είναι αντιστρόφως ανάλογα και το λύνω.

Ένα αυτοκίνητο διανύει την απόσταση Αθήνα-Θεσσαλονίκη σε 5 ώρες, αν τρέχει με σταθερή ταχύτητα 100 χλμ./ώρα.

.....

.....

| ΠΟΣΑ | | ΤΙΜΕΣ | |
|------|--|-------|--|
| | | | |
| | | | |



10. Η απλή μέθοδος των τριών

A. Στα ανάλογα ποσά

Πρόβλημα: Οι 10 εργάτες ολοκληρώνουν σε μια ημέρα το χτίσιμο $15 m^2$ ενός τοίχου. Οι 25 εργάτες πόσα m^2 τοίχου μπορούν να χτίσουν;

Λύση

1^ο βήμα: σχηματίζω κατάταξη

- Οι 10 εργάτες χτίζουν $15m^2$
- Οι 25 εργάτες χτίζουν $x m^2$

2^ο βήμα: εξετάζω, αν τα ποσά είναι ανάλογα.

Τα ποσά είναι ανάλογα, γιατί όσες φορές αυξάνεται η τιμή του ενός, τόσες φορές αυξάνεται η τιμή του αντίστοιχου.

3^ο βήμα: πολλαπλασιάζω το ποσό που βρίσκεται πάνω από το x με το κλάσμα των γνωστών ποσών

$$\text{αντεστραμμένο} \quad X = 15 \cdot \frac{25}{10}$$

.....

.....

B. Στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά

Πρόβλημα: Οι 10 εργάτες ολοκληρώνουν το χτίσιμο ενός τοίχου σε 15 ημέρες. Οι 25 εργάτες σε πόσες μέρες μπορούν να χτίσουν έναν ίδιο τοίχο;

Λύση

1^ο βήμα: σχηματίζω κατάταξη

- Οι 10 εργάτες χτίζουν σε 15 ημέρες
- Οι 25 εργάτες χτίζουν σε x ημέρες

2^ο βήμα: εξετάζω, αν τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα.

Τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα, γιατί όσες φορές αυξάνεται η τιμή του ενός, τόσες φορές μειώνεται η τιμή του αντίστοιχου.

3^ο βήμα: πολλαπλασιάζω το ποσό που βρίσκεται πάνω από το x με το κλάσμα των γνωστών ποσών

$$x = 15 \cdot \frac{10}{25}$$

.....

.....



Δραστηριότητες: Λύνω τα προβλήματα

1. Ο καυστήρας του καλοριφέρ καίει 120 λίτρα πετρελαίου σε 15 ώρες. Με 480 λίτρα πετρελαίου, πόσες ώρες θα λειτουργήσει;

Κατάταξη

2. Η Γεωργία θέλει να συγκεντρώσει ένα ποσό για να αγοράσει ένα παιχνίδι. Αν αποταμιεύει 8 € την ημέρα, συγκεντρώνει το ποσό σε 15 ημέρες. Αν αποταμιεύσει 6 € την ημέρα, σε πόσες μέρες θα το συγκεντρώσει; Πόσα ευρώ κοστίζει το παιχνίδι που θέλει να αγοράσει;

Κατάταξη

3. Για τη μεταφορά του νερού από την πηγή στο υδραγωγείο του χωριού χρειάζονται 210 σωλήνες με μήκος 5 μ. ο καθένας. Οι σωλήνες όμως που αγοράστηκαν έχουν μήκος 3,5 μ. ο καθένας. Πόσοι σωλήνες χρειάστηκαν;

Κατάταξη

4. Ένα αυτοκίνητο σε $2\frac{1}{2}$ ώρες διανύει μια απόσταση 200 χλμ. Σε πόσες ώρες θα διανύσει 300 χλμ. με την ίδια ταχύτητα;

Κατάταξη



11. Λύνω προβλήματα με ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα ποσά

1. Επιλέγω τη σωστή απάντηση:

- Αγόρασα 5 βιβλία και πλήρωσα 30 ευρώ. Τα 15 ίδια βιβλία θα έχουν:

50 ευρώ

150 ευρώ

90 ευρώ

- Οι 60 κατασκηνωτές, με τις τροφές που έχουν, περνούν 20 μέρες. Αν φύγουν οι 30, οι υπόλοιποι θα περάσουν με τις ίδιες τροφές:

20 μέρες

30 μέρες

60 μέρες

40 μέρες

- Ένα αυτοκίνητο διανύει σε 3 ώρες 270 χλμ. Σε 6 ώρες θα διανύσει:

600 χλμ.

135 χλμ.

540 χλμ.

- Τα 4 φορτηγά μεταφέρουν μια ποσότητα άμμου σε 3 δρομολόγια. Με 2 φορτηγά η ίδια ποσότητα άμμου θα μεταφερθεί σε:

2 δρομολόγια

6 δρομολόγια

4 δρομολόγια

- Ένας φούρνος που λειτουργεί 6 ώρες την ημέρα παράγει 900 τυρόπιτες. Αν λειτουργεί δύο ώρες επιπλέον καθημερινά θα παράγει:

1.200 τυρόπιτες

650 τυρόπιτες

1.000 τυρόπιτες



2. Λύνω τα προβλήματα:

A. Το πλήρωμα ενός πλοίου που αποτελείται από 40 ναύτες έχει τρόφιμα για 21 ημέρες. Αν

φύγουν 5 ναύτες, για πόσες ημέρες θα φτάσουν ακόμα τα τρόφιμα;

Τα ποσά είναι

B. Ένα κατάστημα με μήκος 12 μ. και πλάτος 8 μ. πουλήθηκε 67.200 €. Πόσα χρήματα θα ζητήσει ο κατασκευαστής για ένα άλλο κατάστημα με μήκος 10 μ. και πλάτος 9 μ.;

Τα ποσά είναι

Γ. Ο «Κουρελιακός» βάζει κατά μέσο όρο 3 γκολ σε 10 παιχνίδια και δέχεται 30 γκολ κάθε 15 παιχνίδια. Φέτος θα δώσει 30 αγώνες για το πρωτάθλημα. Πόσα γκολ προβλέπεται να βάλει και πόσα να δεχθεί ως το τέλος του πρωταθλήματος; (να δώσεις το αποτέλεσμα με λόγους)

Τα ποσά είναι



Δ. Οι 8 αγελάδες δίνουν κατά μέσο όρο 12 λίτρα γάλα την ημέρα η κάθε μία, από το οποίο παράγεται 24 κιλά βούτυρο. Πόσα κιλά βούτυρο θα παραγόταν από το γάλα 12 αγελάδων, όταν κάθε μία από αυτές δίνει κατά μέσο όρο 10 λίτρα γάλα την ημέρα;

Τα ποσά είναι

Ε. Δύο φίλοι νοίκιασαν μαζί για τις θερινές διακοπές των οικογενειών τους ένα εξοχικό σπίτι και πλήρωσαν 900 €. Η οικογένεια του ενός παραθέρισε 32 ημέρες και του άλλου 28 ημέρες. Πόσα ευρώ πλήρωσε ο καθένας;

Τα ποσά είναι



ΣΤ. Ένα αυτοκίνητο ξεκινά από μια πόλη στις 11:15 π.μ. με σταθερή ταχύτητα 80 χλμ./ώρα και φτάνει σε μια άλλη πόλη στις 2:15 το μεσημέρι. Αν αυξήσει την ταχύτητά του κατά το $\frac{1}{5}$ της αρχικής, τότε ποια ώρα θα φτάσει στον προορισμό του;

Τα ποσά είναι

Ζ. Τα 100 κιλά σιτάρι, όταν αλεστούν, δίνουν 80 κιλά αλεύρι. Τα 40 κιλά αλεύρι, όταν ζυμωθούν, δίνουν 52 κιλά ψωμί. Πόσα κιλά ψωμί θα φτιάξουμε με 300 κιλά σιτάρι;

Τα ποσά είναι

Η. Σ' ένα χάρτη της Ελλάδας η κλίμακα είναι 1:800.000. Η απόσταση Αθήνα-Αρχαία Ολυμπία είναι 300 χλμ. Πόσα εκατοστά απέχουν οι δύο πόλεις πάνω στο χάρτη;

Τα ποσά είναι



Θ. Διατυπώνω ένα πρόβλημα με τα στοιχεία του παρακάτω πίνακα και το λύνω.

| ΠΟΣΑ | ΤΙΜΕΣ | |
|------------------------------|-------|---|
| εργάτες | 12 | 9 |
| χρόνος εργασίας (ώρες) | 6 | X |

.....

.....

.....

.....

.....







ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Ελληνο-Αμερικανικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα

Νηπιαγωγείο • Δημοτικό • Γυμνάσιο • Λύκειο

ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ • ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΨΥΧΙΚΟΥ • ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ Ι.Μ. ΚΑΡΡΑΣ