



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

6^{ης} τάξης

Τεύχος 5^ο

Εισαγωγή στην Άλγεβρα-Εξισώσεις
Συνοδευτικό Φυλλάδιο

Όνομα: designed by freepik

Τμήμα:

Περιεχόμενα

1. Η έννοια της μεταβλητής	2
2α. Αντικατάσταση μεταβλητών με γνωστές τιμές	6
2β. Απλοποίηση μαθηματικών εκφράσεων	7
Επανάληψη 1.....	10
3. Εξισώσεις	11
Α. Η ισότητα.....	11
Β. Οι εξισώσεις	13
Γ. Επίλυση εξισώσεων	14
i. Εξισώσεις με άγνωστο προσθετέο	16
ii. Εξισώσεις με άγνωστο μειωτέο ή αφαιρετέο	17
iii. Εξισώσεις με άγνωστο παράγοντα	18
iv. Εξισώσεις με άγνωστο διαιρέτη ή διαιρετέο	19
v. Εξισώσεις μόνο για πιο φανατικούς...	20
Επανάληψη 2.....	21
4. Επιλύω προβλήματα με τη χρήση εξισώσεων	22
Παράρτημα: Σχέσεις συμμεταβολής – Πίνακες τιμών	27



1. Η έννοια της μεταβλητής

- Το κάθε εισιτήριο για μια θεατρική παράσταση κοστίζει 15€. Πόσα χρήματα θα εισπράξει το θέατρο από τη σημερινή παράσταση;

Γνωρίζω πως κάθε εισιτήριο κοστίζει 15€. Δε γνωρίζω όμως πόσοι θεατές θα παρακολουθήσουν την παράσταση. Θα μπορούσα να εκφράσω τη λύση του παραπάνω προβλήματος ως εξής:

$$15 \text{ €} \cdot \dots \text{ θεατές} = \dots \text{ €}$$

Στη θέση του κενού θα συμπληρώσω τον αριθμό των θεατών

Παρατηρώ πως υπάρχει ένα **ποσό** που είναι **σταθερό**, δηλαδή δεν αλλάζει και ένα **ποσό** που αλλάζει, είναι **μεταβλητό** και αφορά τον των θεατών.

Όταν θέλουμε να εκφράσουμε ένα **μεταβλητό ποσό** ή ένα **ποσό που δεν γνωρίζουμε την τιμή του**, χρησιμοποιούμε ένα μικρό γράμμα που ονομάζεται μεταβλητή. Έτσι η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$15 \cdot x = \dots \text{ όπου } x \text{ εκφράζει τον αριθμό των θεατών και μπορεί να πάρει πολλές διαφορετικές τιμές}$$

Ποιο είναι το αποτέλεσμα του παραπάνω πολλαπλασιασμού και από τι εξαρτάται;

- Για να εκφράσω μια μεταβλητή χρησιμοποιώ οποιοδήποτε μικρό γράμμα της αλφαβήτου, κυρίως το x και το y .
- Στον πολλαπλασιασμό με μεταβλητή συνηθίζω να γράφω πρώτο τον αριθμό και μετά τη μεταβλητή.

Δραστηριότητες:

1. Διατυπώνω τις παρακάτω εκφράσεις με τη χρήση μεταβλητής.

Το τριπλάσιο ενός αριθμού:

Ένας αριθμός αυξημένος κατά 5 :

Ένας αριθμός ελαττωμένος κατά 9 :

Τα $\frac{2}{5}$ ενός αριθμού:

Ένας αριθμός ελαττωμένος κατά 13 είναι ίσος με το 50:

A pronumeral stands in place of a numeral.



Important notice!
 $n \times 5$ is always written as $5n$, not as $n5$.



Το διπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 5:

Το μισό ενός αριθμού:

Το εξαπλάσιο ενός αριθμού ελαττωμένο κατά 10 ισούται με το 20:

Πρόσθεσε στα χρήματά σου τα διπλάσιά τους:

Αφαίρεσε από τα χρήματά σου τα $\frac{3}{4}$ τους:

Αφαίρεσε από την ηλικία σου το $\frac{1}{2}$ της:

2. Διατυπώνω σε φυσική γλώσσα τις παρακάτω μαθηματικές εκφράσεις.

$x + 3$

$4x$

$x - 6$

$x : 5$

$\frac{1}{4}x$

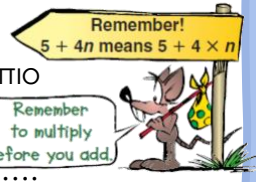
$x - 9 = 1$

$2x = 10$

$5x > 100$

$7x - 18 < 30$





3. Ξαναγράψω τις παρακάτω μαθηματικές σχέσεις (αλγεβρικές) σε πιο σύντομη μορφή:

- | | | |
|---|---|---|
| $4 \times x \times y = \dots\dots\dots$ | $3 \times 2 \times x = \dots\dots\dots$ | $5 \times x \times 7 = \dots\dots\dots$ |
| $8 \times 5x = \dots\dots\dots$ | $6x \times 3 = \dots\dots\dots$ | $7x \times x = \dots\dots\dots$ |
| $7x \times 5x = \dots\dots\dots$ | $4x + 2x = \dots\dots\dots$ | $8x - 5x = \dots\dots\dots$ |
| $5 \times x + 6 \times y = \dots\dots\dots$ | $2 \times k \times (3 + k) = \dots\dots\dots$ | $4 \times x \times (2x + 3x) = \dots\dots\dots$ |
| $3 \times (4 + k) = \dots\dots\dots$ | $6 \times 2y \times (3y + 2) = \dots\dots\dots$ | $x^2 \times 4 \times 2x = \dots\dots\dots$ |

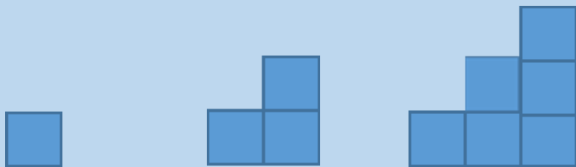
4. Αν γνωρίζω πως = x και = y και = 1 να εκφράσεις τις παρακάτω σχέσεις σε μαθηματική γλώσσα (αλγεβρική):

	$2x + 2$		$(2x+2) + (y+1)$



Διερεύνηση – Επέκταση

α. παρατηρώ την παρακάτω σκάλα:



1°

2°

3°

4°

10°

20°

- Μπορείτε να βρείτε τα τετράγωνα που χρειάζομαι για να κατασκευάσω τη σκάλα στα επόμενα βήματα;
- Διατυπώνω ένα γενικό κανόνα για να βρίσκω τα τετράγωνα που χρειάζομαι:
.....
- Υπολογίζω τα τετράγωνα που χρειάζομαι στο 100° και στο 1000° βήμα

β. να συνεχίσετε με 2 τρόπους το παρακάτω μοτίβο:



και να διατυπώσετε ένα κανόνα για τον υπολογισμό των τετραγώνων σε κάθε περίπτωση.



2α. Αντικατάσταση μεταβλητών με γνωστές τιμές

Δραστηριότητες:

1. Να υπολογίσεις το αποτέλεσμα αν $x = 2$ και $y = 3$:

$$3x = \dots \quad 3(x+2) = \dots \quad 4x+x(4x+5) = \dots \quad \frac{6x}{3} = \dots \quad \frac{12x}{3x} = \dots$$

$$3x+5y = \dots \quad 8x(2y+4) = \dots \quad 5x^2 + 5y^3 = \dots \quad 3x^2 5^y = \dots$$

Όπως είδαμε στην προηγούμενη ενότητα, στην αλγεβρική σχέση

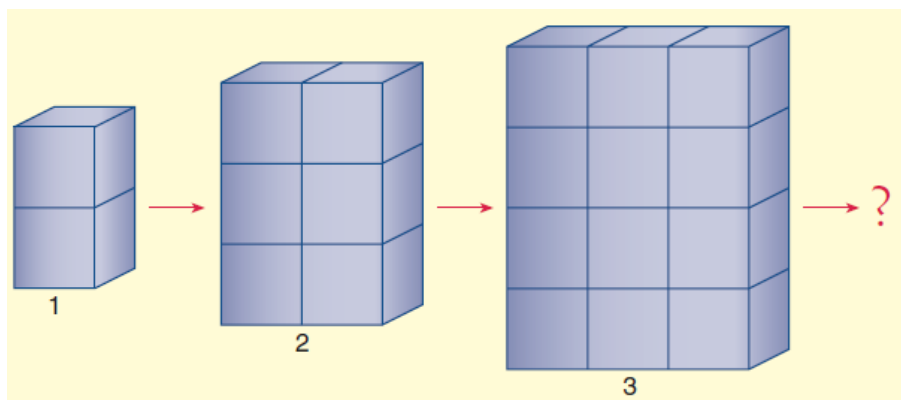
$$15 \cdot x = \dots \text{ όπου } x \text{ εκφράζει τον αριθμό των θεατών}$$

το x μπορεί να πάρει πολλές διαφορετικές τιμές, ανάλογα με τον αριθμό των θεατών. Έτσι μπορούμε να έχουμε για παράδειγμα:

$$15 \cdot 30 = 450 \text{ για } x = 30 \text{ ή } 15 \cdot 52 = 780 \text{ για } x = 52 \text{ ή } 15 \cdot 0 = 0 \text{ για } x = 0$$

Για να βρω απάντηση σε μια παράσταση με μεταβλητή, πρέπει να αντικαταστήσω τη μεταβλητή με μια πιθανή τιμή.

2. Για να υπολογίσουμε το πλήθος των κύβων του παρακάτω μοτίβο, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο $\lambda(\lambda+1)$, όπου το λ εκφράζει τον αριθμό των κύβων στη βάση του στερεού.



Να υπολογίσεις το πλήθος των κύβων για $\lambda=8$, $\lambda=15$, $\lambda=20$ και $\lambda=100$.



2β. Απλοποίηση μαθηματικών εκφράσεων

Πολλές φορές μπορούμε να γράψουμε τις αλγεβρικές παραστάσεις με πιο σύντομο τρόπο, αξιοποιώντας ιδιότητες που ξέρουμε:

- $3x + 4x = 7x$ και $8y - 5y = 3y$ αρκεί η **μεταβλητή** να είναι **ίδια**. Δεν μπορούμε να προσθέσουμε όρους με διαφορετικές μεταβλητές (π.χ. $3x+4y$ δε μπορεί να προστεθεί).
- $4x \cdot 5y = 20xy$ και $5x \cdot 4x = 20x \cdot x = 20x^2$. Ακόμα $20x \div 5y = \frac{4x}{y}$ και $40x \div 5x = 8\frac{x}{x} = 8 \cdot 1 = 8$
Όταν έχω να πολλαπλασιάσω ή να διαιρέσω όρους με μεταβλητές, πολλαπλασιάζω ή διαιρώ τον αριθμό με τον αριθμό και τη μεταβλητή με τη μεταβλητή.
- Όταν θέλω να απαλείψω παρενθέσεις, χρησιμοποιώ την επιμεριστική ιδιότητα:
 $3(5+y) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot y$ και $x(2x+4) = 2x^2+4x$

Δραστηριότητες:

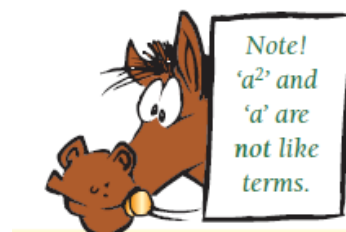
1. Να γράψεις με πιο σύντομο τρόπο τις παραστάσεις και να απαλείψεις τις παρενθέσεις:

$$3x+5y+12x = \dots\dots\dots 5x+4y+5y+3x = \dots\dots\dots 7x-5x+4y-3y = \dots\dots\dots 7x^2 + 5x + 6x^2 + 3x = \dots\dots\dots$$

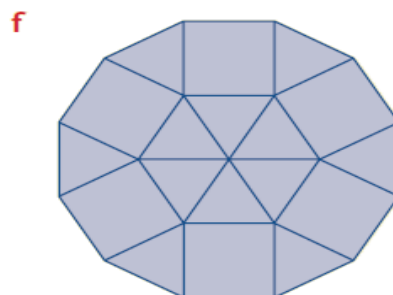
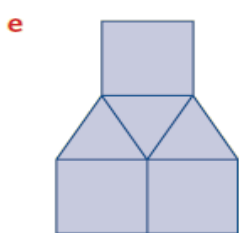
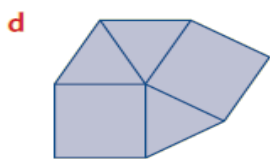
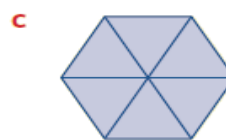
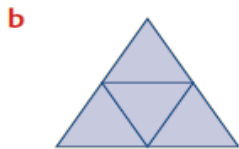
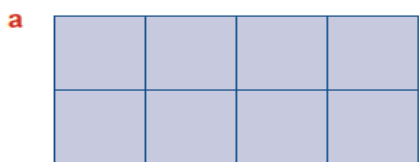
$$3x \cdot 4 = \dots\dots 5x \cdot 6x = \dots\dots 5x \cdot 8y = \dots\dots 4x \cdot 5x \cdot 6x + 3y \cdot 2y = \dots\dots\dots 3x^2 \cdot 5x = \dots\dots\dots$$

$$12x \div 6x = \dots\dots 20x \div 4y = \dots\dots\dots 16x^2 \div 4x = \dots\dots\dots \frac{20k}{5} = \dots\dots\dots \frac{8z^2}{4z} = \dots\dots\dots \frac{12x^2}{4x} + \frac{21x}{7} = \dots\dots\dots$$

$$3(x+2) = \dots\dots\dots 4(2x+5) = \dots\dots\dots 5x(2x-6) = \dots\dots\dots 2x(3x-4y) = \dots\dots\dots$$



2. Αν το εμβαδόν κάθε τετραγώνου είναι κ τ.εκ. και κάθε τριγώνου λ τ.εκ. να υπολογίσεις το εμβαδόν κάθε σχήματος:



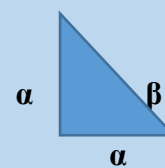
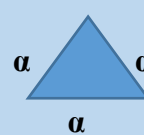
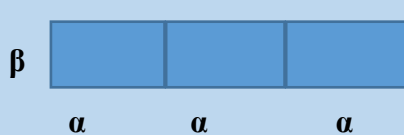
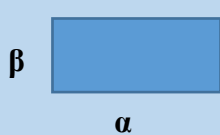
3. **Να υπολογίσεις το αποτέλεσμα, αν $x+y = 4$:

$3(x+y) = \dots\dots\dots$ $5x + 5y = \dots\dots\dots$ $3x + 2y + 3y + 2x = \dots\dots\dots$

$4x + 2(3x + 5y) = \dots\dots\dots$

Διερεύνηση – Επέκταση

Να διατυπώσετε με τη χρήση μεταβλητών τον τύπο για την εύρεση της περιμέτρου και του εμβαδού των παρακάτω σχημάτων. Μπορεί να γίνει με περισσότερους από έναν τρόπους;





Επανάληψη 1

1. Συμπληρώνω Σωστό ή Λάθος:

Ως μεταβλητή μπορώ να χρησιμοποιήσω μόνο το x
 Για να λύσω την παράσταση $3+4 \cdot X$ πρέπει να ξέρω την τιμή του x
 Η μεταβλητή μπαίνει στη θέση ενός αριθμού που δε γνωρίζω ή που μπορεί να πάρει διαφορετικές τιμές

$3 \cdot x = x \cdot 3$

$5 - x = x - 5$

$0 \cdot x = 0$

$7 \cdot x - x = 7 \cdot 0$

$2 \cdot x + 3$ σε φυσική γλώσσα γράφεται: « το διπλάσιο ενός αριθμού, αυξημένο κατά 3»

2. Επιλέγω τη σωστή απάντηση:

• Η φράση «ένας αριθμός μειωμένος κατά 3» διατυπώνεται...

α) $3 - x$

β) $x - 3$

γ) $3 + x$

• Η φράση «το 20 διαιρείται από κάποιον αριθμό» διατυπώνεται...

α) $20 \div x$

β) $x \div 20$

γ) $20 \div 4$

• Η φράση « το 20 διαιρεί κάποιον αριθμό» διατυπώνεται...

α) $x \div 20$

β) $20 \div x$

γ) $4 \div 20$

• $3 \cdot x - x =$

α) 3

β) $3 \cdot 0 = 0$

γ) $2 \cdot x$

• «Το τρία αφαιρείται από το διπλάσιο ενός αριθμού»

α) $3 - 2 \cdot x$

β) $x - 3 \cdot 2$

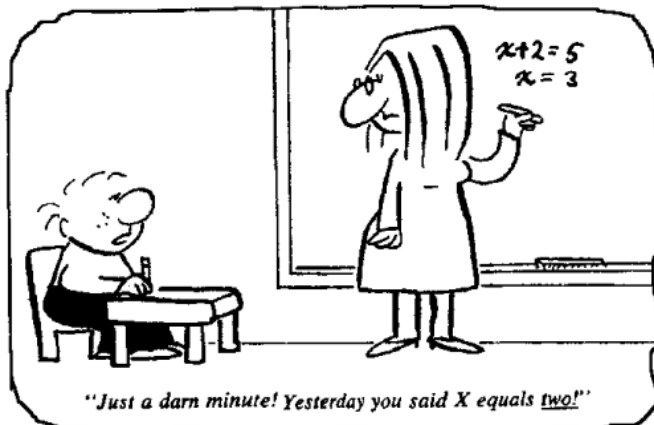
γ) $2 \cdot x - 3$

• «Το 5 διαιρεί κάποιον αριθμό αυξημένο κατά 4»

α) $x : 5 + 4$

β) $5 : (x + 4)$

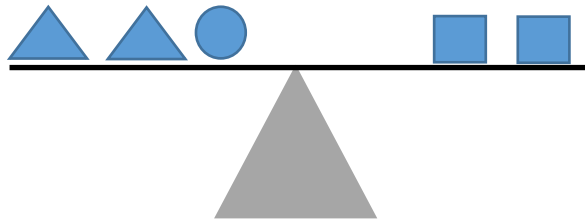
γ) $(x + 4) : 5$



3. Εξισώσεις

Α. Η ισότητα

Τοποθέτησε φυσικούς αριθμούς μικρότερους του 10 στα παρακάτω σχήματα, ώστε η ζυγαριά να ισορροπεί:



Γράψε την ισότητα που προκύπτει:

Ισότητα είναι μια μαθηματική έκφραση που αποτελείται από 2 μέλη που έχουν ίση αξία. Ανάμεσά στα δύο μέλη υπάρχει πάντα το σύμβολο (=).

Κάθε ισότητα μπορεί να παρομοιαστεί με μια ζυγαριά που ισορροπεί καθώς το φορτίο και στις δύο πλευρές έχει ίσο συνολικό βάρος




Δραστηριότητα:

1. α) Να συμπληρώσεις στις ισότητες τους αριθμούς που λείπουν:

$$6 + 4 = 5 + \dots \quad 20 - 4 = 32 : \dots \quad 5 \cdot 8 = 20 + \dots \quad 5^2 = 100 - \dots \quad 120 : 4 = \dots$$

β) Να ξαναγράψεις τις ισότητες αλλάζοντας το δεύτερο μέλος:

2. Να προσθέσεις τιμές στα σχήματα ώστε να ισορροπούν συγχρόνως οι ζυγαριές:

 =
  =
  =

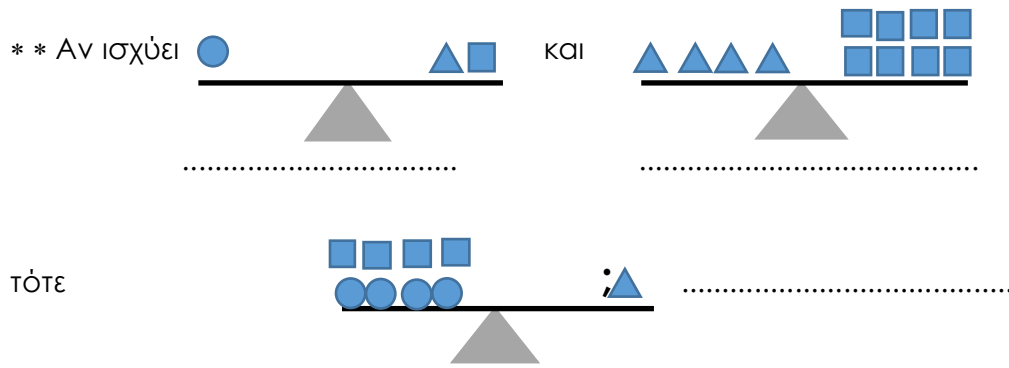


Γράψε τις ισότητες που παριστάνουν οι παραπάνω ζυγαριές:

.....

.....





B. Οι εξισώσεις

Εξίσωση είναι κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητή.

π.χ. $3x=4 \cdot 6$

Σε κάθε εξίσωση σκοπός μου είναι να βρω την τιμή που μπορεί να αντικαταστήσει τη μεταβλητή

Στην παραπάνω εξίσωση ισχύει πως $x=8$, γιατί $3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$

Δραστηριότητα: Να υπολογίσεις σύντομα την τιμή του x στις παρακάτω εξισώσεις, όπως στο παράδειγμα:

$3+x=8$
 $x=0,8$

$9+x=15$

$12,5+x=15$

$x+24=30$

$x-12=20$

$35-x=28$

$20-$

$x=5$, γιατί $3+5=8$

$5 \cdot x=20$

$2,5 \cdot x=25$

$x \cdot 8=32$

$24 \div x=3$

$\frac{60}{x}=20$

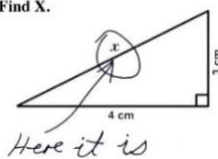
$x \div 4=3$

$\frac{x}{5}=9$

.....
.....

- Σε κάθε εξίσωση αυτής της μορφής η μεταβλητή μπορεί (συνήθως) να πάρει μόνο **μία τιμή**
- Την τιμή που μπορεί να πάρει η μεταβλητή την ονομάζουμε **λύση ή ρίζα** της εξίσωσης

3. Find X.



Γ. Επίλυση εξισώσεων

Για να επιλύσω μια εξίσωση πρέπει να κάνω όλες τις απαραίτητες ενέργειες που θα με οδηγήσουν να βρω την τιμή που αντιστοιχεί στη μεταβλητή. Για παράδειγμα:

$$x + 7 = 12$$

Μπορώ να προσθέσω, να αφαιρέσω, να πολλαπλασιάσω και να διαιρέσω με όποιον αριθμό θέλω, αρκεί να το κάνω και στα δύο μέλη της εξίσωσης. **Επιλέγω να αφαιρέσω το 7, ώστε να μείνει μόνο του το x:**

$$x + 7 - 7 = 12 - 7 \quad (\text{αφαιρώ 7 από τα δύο μέλη})$$

Φτάνω στο αποτέλεσμα

$$x = 5$$

Αυτό που χρειάζεται να προσέχω είναι η ισορροπία στα δύο μέλη της εξίσωσης (θυμάμαι τη ζυγαριά)

Παράδειγμα:

$$3x = 15$$

$$45 + x = 60$$

$$x \div 5 = 10$$

Επιλέγω να διαιρέσω
τα δύο μελη με 3

Επιλέγω να αφαιρέσω
από τα δύο μελη 45

Επιλέγω να πολ/σω
τα δύο μελη με 5

$$3x \div 3 = 15 \div 3$$

$$45 + x - 45 = 60 - 45$$

$$x \div 5 \cdot 5 = 10 \cdot 5$$

$$x = 5$$

$$x = 15$$

$$x = 50$$

Ελέγχω αν αυτό που βρήκα, είναι η λύση της εξίσωσης.

Εφαρμογή: Λύνω τις εξισώσεις όπως στο παράδειγμα

$$5x = 45$$

$$38 + x = 56$$

$$x \div 2 = 40$$



Αφού κατανοήσω το σωστό τρόπο επίλυσης, μπορώ να χρησιμοποιήσω μερικές **τεχνικές** για να λύνω πιο σύντομα τις εξισώσεις. Προσοχή όμως, αυτές οι τεχνικές δεν ισχύουν πάντα για όλους τους αριθμούς.

α) Όταν έχω πρόσθεση, μπορώ απλώς να αφαιρέσω από το άθροισμα το γνωστό προσθετέο...

$$3+x=5, \text{ άρα } x=5-3, \text{ άρα } x=2$$

β) όταν έχω αφαίρεση και δεν ξέρω τον μειωτέο, προσθέτω στη διαφορά τον αφαιρετέο...

$$x-3=5, \text{ άρα } x=5+3, \text{ άρα } x=8$$

όταν έχω αφαίρεση και δεν ξέρω τον αφαιρετέο, αφαιρώ από το μειωτέο τη διαφορά...

$$7-x=5, \text{ άρα } x=7-5, \text{ άρα } x=2$$

γ) όταν έχω πολλαπλασιασμό, διαιρώ το γινόμενο με τον γνωστό παράγοντα...

$$3 \cdot x=21, \text{ άρα } x=21:3, \text{ άρα } x=7$$

δ) όταν έχω διαίρεση και δεν ξέρω το διαιρετέο, πολλαπλασιάζω το πηλίκο με το διαιρέτη...

$$x:3=5, \text{ άρα } x=5 \cdot 3, \text{ άρα } x=15$$

όταν έχω διαίρεση και δεν ξέρω τον διαιρέτη, διαιρώ τον διαιρετέο με το πηλίκο...

$$30:x=5, \text{ άρα } x=30:5, \text{ άρα } x=6$$



Δραστηριότητες:

ι. Εξισώσεις με άγνωστο προσθετέο

Να λύσεις τις εξισώσεις:

$$2,3 + x = 20$$

$$(3^2 - 2^2) + x = 10$$

$$x + 2\frac{1}{2} = 12$$

$$x + \left(4\frac{1}{8} + 6\frac{3}{4}\right) = 20$$

$$(425 + 175) + x = 1.000$$

$$x + \left(7,25 + \frac{3}{4}\right) = 12,5$$

$$1,5 + x = 15$$

$$x + \frac{3}{5} = 10$$

$$(9 - 6,5) + x = 3$$

$$\left(2,8 + \frac{1}{5}\right) + x = 5$$



ii. Εξισώσεις με άγνωστο μειωτέο ή αφαιρετέο

Να λύσεις τις εξισώσεις:

$$x - 4 = 20$$

$$x - (12 - 7) = 2$$

$$134 - x = 39$$

$$0,5 - x = \frac{2}{10}$$

$$x - 152^\circ =$$

4

$$(2,3 + 1,45) - x = 0,36$$

$$\left(\frac{1}{2} \cdot 20 - 5\right) - x = 1\frac{1}{5}$$

$$x - (6,5 + 2,3) =$$

$1\frac{2}{5}$

$$(6,5 - 0,5) - x = 5$$

$$\left(10 - 3\frac{1}{2}\right) - x = 0,5$$

$$x - (3^3 - 4^2) =$$

5^2

$$(4,8 + 0,1 - 3) - x = 1$$

$$x - (0,9 + 4,1) = 2$$

$$\left(4\frac{1}{5} + 2\right) - x =$$

0,20



iii. Εξισώσεις με άγνωστο παράγοντα

Να λύσεις τις εξισώσεις:

$$7 \cdot x = 63$$

$$x \cdot 2\frac{1}{2} = 10$$

$$2\frac{3}{4} \cdot e = 5\frac{1}{2}$$

$$x \cdot 2,4 = 24$$

$$l \cdot \frac{1}{1000} = \frac{1}{100}$$

$$2^3 \cdot x = 4^2$$

$$\left(4 - 1\frac{2}{3}\right) \cdot x = \frac{1}{12}$$

$$(7 - 2^2) \cdot x = 21$$

$$x \cdot \left(\frac{4}{5} : 2\frac{2}{5}\right) = 6$$

$$(6 : 0,3) \cdot a = \frac{1}{5}$$

5

$$\lambda \cdot (7,25 + 2,75) = 50$$

$$(4,35 + 5,65) \cdot \delta =$$

$$x \cdot (8,5 - 3) = 11$$

$$(10 - 6,25) \cdot \alpha = 7,5$$



iv. Εξισώσεις με άγνωστο διαιρέτη ή διαιρετέο

Να λύσεις τις εξισώσεις:

$$x \div 20 = 50$$

$$100 \div e = 25$$

$$500 \div y = 1,25$$

$$1\frac{3}{4} \div \gamma = \frac{7}{4}$$

$$\frac{p}{2,5} = 50$$

$$x \div \frac{1}{4} = 16$$

$$1 \div k = 0,25$$

$$\frac{1}{100} \div x = 0,01$$

$$\frac{0,003}{x} = 3$$

$$(22 - 32^0) \div \gamma = 1^{15}$$

$$\alpha \div \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \right) = 1,5$$

$$\left(\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2} \right) \div x = 0,5$$



ν. Εξισώσεις μόνο για πιο φανατικούς...

$$3^2 + 5x - 2 = 22$$

$$(2,5 + 1,5 \cdot 3)x - 1234^0 = 37$$

$$0,1^2 \cdot 10^2 \div x + \frac{1}{2^4} \cdot 4^2 - 5 = 6$$

$$\left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3}\right)x + 4x = \frac{22}{15}$$

$$3^2 \cdot 4^2 + 18 \div 2 = 3x$$

$$4 \cdot 2,5 + 2 \cdot 2,5 + 2,5x = 40$$

$$5x \left(3,2 + 1\frac{4}{5}\right) + 0,5x = 5^3$$

$$3(x + 4) = 33$$

$$(x + 0,5)6 + 2^3x = 12$$

$$3x + 4x - 0,4 \cdot 5 = 5$$

Διερεύνηση – Επέκταση

Επιλύω τις παρακάτω εξισώσεις:

$$3(x-2)-3x=12$$

$$3(x+2)-3x = 6$$

Παρατηρώ κάτι ασυνήθιστο;

Συζητώ για τις αδύνατες εξισώσεις και για τις αόριστες (ταυτότητες)



Επανάληψη 2

Συμπληρώνω Σωστό ή Λάθος:

Όταν η μεταβλητή είναι προσθετός κάνω πάντα αφαίρεση για να υπολογίσω την τιμή της.

Όταν η μεταβλητή μειωτέος ή αφαιρετέος, κάνω πάντα πρόσθεση

Μια εξίσωση έχει οπωσδήποτε δύο μέλη.

Μια παράσταση μπορεί να είναι μέλος μιας εξίσωσης.

Αν $45 \cdot x = 5$ τότε $x = 45 \div 5$

Αν σε μια διαίρεση δε γνωρίζω το διαιρετέο, κάνω διαίρεση.

Αν δε γνωρίζω το διαιρέτη, διαιρώ το διαιρετέο δια το πηλίκο.

Μπορώ να προσθέσω ή να αφαιρέσω τον ίδιο αριθμό από τα μέλη της εξίσωσης χωρίς να χαλάσει η ισορροπία της.

Αν $4 \cdot x = 20$ τότε $4 \cdot x \div 2 = 20 \div 2$

Αν $x + 12 = 30$ τότε $x = 42$

Μπορώ να πολλαπλασιάσω ή να διαιρέσω τα μέλη μιας εξίσωσης με τον ίδιο αριθμό χωρίς να χαλάσει η ισορροπία της.

Λύση ή ρίζα της εξίσωσης ονομάζεται η τιμή που παίρνει το X για να επαληθεύεται η εξίσωση.

Η εξίσωση $0 \cdot x = 15$ δεν έχει λύση.

Η εξίσωση $(30 - 5 \cdot 6)x = 0$ έχει περισσότερες από μία λύσεις.

Για να βρω τον άγνωστο παράγοντα διαιρώ πάντα το γινόμενο με τον γνωστό παράγοντα.

$x + x + x + x = 4x$

Στην εξίσωση $20 \div x = 0.5$ το x είναι 4.

Τη μεταβλητή μπορώ να τη συμβολίσω μόνο με το γράμμα x

Η πρόσθεση και ο πολλαπλασιασμός είναι αντίστροφες πράξεις. ...

Η μαθηματική έκφραση: «το διπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 2» είναι η αριθμητική παράσταση $2 \cdot (x+2)$



4. Επιλύω προβλήματα με τη χρήση εξισώσεων

Λυμένα παραδείγματα

α) Το άθροισμα ενός αριθμού με το 7 είναι 12. Ποιος είναι ο αριθμός;

Πορεία σκέψης

- η λέξη άθροισμα μου δείχνει πρόσθεση
- στη θέση της φράσης «ενός αριθμού» χρησιμοποιώ μεταβλητή
- στη θέση του «είναι» βάζω =

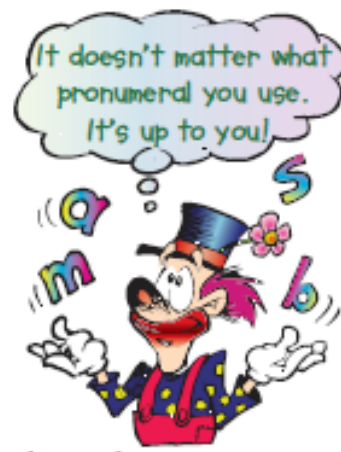
Άρα $x + 7 = 12$ και $x=5$

β) Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού με 7, όταν αυξηθεί κατά 3 μας κάνει 38. Ποιος είναι ο αριθμός;

$$7y+3=38$$

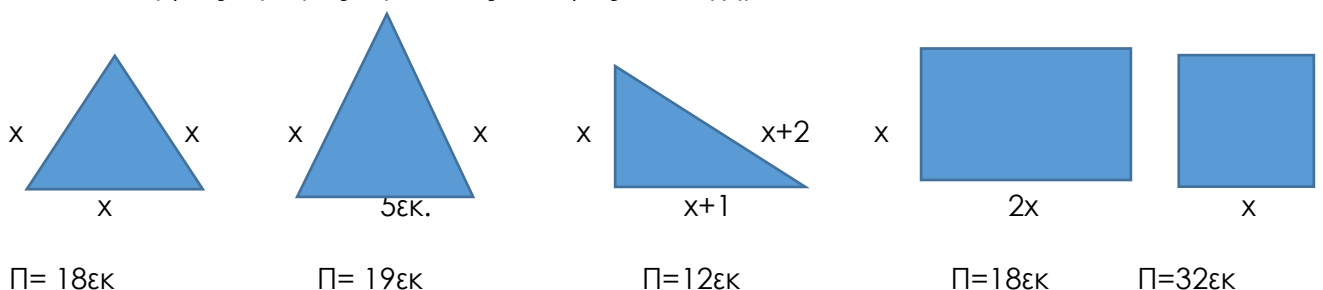
$$7y=35$$

$$y=5$$



Λύνω τα προβλήματα χρησιμοποιώντας ως μέθοδο λύσης το σχηματισμό εξισώσεων:

1. Ποιον αριθμό θα διαιρέσω με το 8 για να βρω 4;
2. Με ποιον αριθμό θα διαιρέσω το 42 για να βρω 7;
3. Ένα τετράδιο και ένα μολύβι κοστίζουν μαζί 2,20€. Αν το μολύβι κοστίζει 0,95 €, πόσο κοστίζει το τετράδιο;
4. Μια σειρά βιβλίων κοστίζει 63€. Αν κάθε βιβλίο κοστίζει 5,25€, πόσα βιβλία αποτελούν τη σειρά;
5. Ο Νίκος, ο Γιώργος και η Ζωή έχουν άθροισμα ηλικιών 52 χρόνια. Αν ο Νίκος είναι 18 και η Ζωή 15, πόσων ετών είναι ο Γιώργος;
6. Η Νίκη και ο Κώστας έχουν άθροισμα ηλικιών 35 ετών. Αν η Νίκη είναι 2 χρόνια μεγαλύτερη από τον Κώστα, πόσων ετών είναι ο Κώστας;
7. Η Μαρία θέλει να μοιράσει 156 αυτοκόλλητα, ώστε κάθε φίλη της να πάρει από 12. Πόσες φίλες έχει η Μαρία;
8. Τρεις διαδοχικοί αριθμοί έχουν άθροισμα 75. Ποιος είναι ο μικρότερος;
9. Το γινόμενο ενός αριθμού με το 3 αυξημένο κατά 5, ισούται με 17. Ποιος είναι ο αριθμός;
10. Αφαιρώ από το 100 το γινόμενο ενός αριθμού με το 8 και βρίσκω 28. Ποιος είναι ο αριθμός;
11. Το πηλίκον ενός αριθμού με 5, αυξημένο κατά 3 είναι 7. Ποιος είναι ο αριθμός;
12. Το άθροισμα δύο αριθμών είναι 20 και η διαφορά τους 6. Ποιοι είναι οι αριθμοί;
13. Η Ζωή έχει διπλάσιες κούκλες από τη Ράνια, αλλά μαζί έχουν 36. Πόσες κούκλες έχει καθεμία;
14. Να βρεις την ή τις άγνωστες πλευρές των σχημάτων:



15. Ο Αρίστος έχει ένα κομμάτι ξύλου με μήκος 300 εκ και θέλει να φτιάξει μια κορνίζα με πλάτος 12 εκ μεγαλύτερο από το ύψος. Μπορεί να συμβεί αυτό; Ποια εξίσωση θα του δώσει απάντηση;
16. Ο Νίκος θέλει να αγοράσει τετράδια που κοστίζουν 2€ κι ένα βιβλίο που κοστίζει 16€. Αν συνολικά έχει 32€, πόσα τετράδια μπορεί να αγοράσει;
17. Τρεις φίλοι έχουν μαζί 129€. Ο δεύτερος έχει 8 περισσότερα από τον πρώτο και ο τρίτος διπλάσια από τους άλλους δύο μαζί. Πόσα χρήματα έχει ο καθένας;



Επιλέγω την εξίσωση που αποτελεί λύση του προβλήματος και βρίσκω τη λύση:

α) Να βρεθούν τρεις διαδοχικοί αριθμοί που το άθροισμά τους είναι 126.

i) $3x=126$

ii) $x+(x+1)+(x+2)=126$

iii) $3x+3x+3x=126$

β) Αγόρασα τρία ίδια παντελόνια. Στο ταμείο έδωσα 300€ και πήρα **ρέστα** 24€. Πόσα € κόστιζε κάθε παντελόνι;

i) $3 \cdot x=300-24$

ii) $3 \cdot x-24=300$

iii) $3 \cdot x=300+24$

γ) Τρεις φίλοι έχουν συνολικά 432€. Ο δεύτερος έχει διπλάσια χρήματα από τον πρώτο, ενώ ο τρίτος έχει 10€ περισσότερα από τον πρώτο. Πόσα χρήματα έχει ο πρώτος;

i) $2x+(x+10)=432$

ii) $2x+x+10+x=432$

iii) $2x+10x=432$

δ) Το άθροισμα ενός αριθμού με το τετράγωνο του τρία είναι ίσο με το τριπλάσιο του δεκαπέντε. Ποιος είναι ο αριθμός;

i) $x+3^2=15 \cdot 3$

ii) $3+x=15 \cdot 3$

iii) $x+2 \cdot 3=15 \cdot 3$



Διερεύνηση – Επέκταση

Θέλω να γραφτώ σε έναν αθλητικό όμιλο κι έχω να επιλέξω ανάμεσα σε δύο.

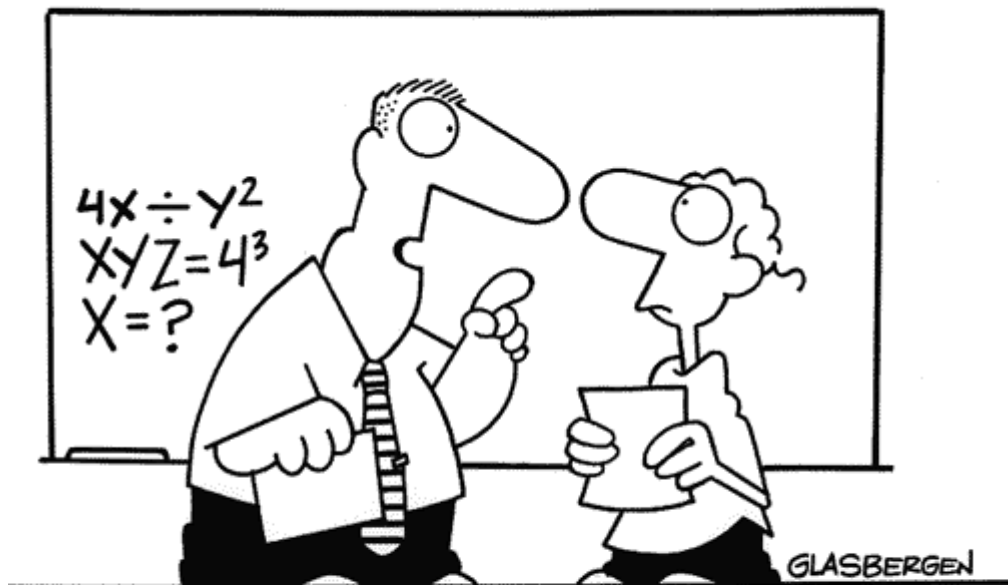
α' επιλογή: Μηνιαία συνδρομή 60€

β' επιλογή: Μηνιαία συνδρομή 50€ και αρχική εγγραφή 50€

Σε ποιον από τους δύο ομίλους με συμφέρει να γραφτώ και γιατί; Τεκμηρίωσε την άποψή σου χρησιμοποιώντας τις μαθηματικές σου γνώσεις.

Διερεύνησε την πιθανότητα η απάντηση να διαφοροποιείται, ανάλογα με κάποια δεδομένα.

Copyright 1997 Randy Glasbergen. www.glasbergen.com



“Algebra class will be important to you later in life because there’s going to be a test six weeks from now.”



Παράρτημα: Σχέσεις συμμεταβολής – Πίνακες τιμών

Το εισιτήριο για τον κινηματογράφο κοστίζει 8€. Πόσα χρήματα θα εισπραχθούν κατά την απογευματινή προβολή;

Στο πρόβλημα αυτό, το σταθερό ποσό είναι η αξία κάθε εισιτηρίου. Μεταβλητά ποσά είναι το πλήθος των θεατών και η είσπραξη. Αν πούμε πως **x είναι οι θεατές** και **y η είσπραξη**, η λύση του προβλήματος θα είναι

$$8x=y$$

Μπορώ εύκολα να παρατηρήσω πως η αξία του y εξαρτάται από το x και αντίστροφα, καθώς αν μεταβληθεί το ένα, μεταβάλλεται και το άλλο με τον ίδιο τρόπο.

Είναι χρήσιμη η κατασκευή ενός πίνακα τιμών στον οποίο να φαίνεται η συμμεταβολή των ποσών

Αφού $8x=y$, σκέφτομαι πως

x	0	1	15	30	100	...
y	0	8	120	240	800	...

Αν $x=0$, τότε $y=0$ γιατί $8 \cdot 0=0$

Αν $x=1$, τότε $y=8$, γιατί $8 \cdot 1=8$

Αν $x=15$, τότε $y=120$, γιατί $8 \cdot 15=120$

Οι τιμές που επιλέγω στη θέση των μεταβλητών πρέπει να είναι λογικές και πιθανές σε σχέση με το πρόβλημα

Δραστηριότητες:

1. Συμπλήρωσε τους παρακάτω πίνακες σύμφωνα με τη δοσμένη σχέση:

α. $y = 3x$

x	0	1	2	3		5	
y					12		120

β. $y = 2x+3$

x	1	3		7	9	11	
y			13				

γ.

x	0	5	10	15	20	25	
y							

Να εκφράσεις ως αλγεβρική σχέση τις παρακάτω εκφράσεις και να κατασκευάσεις αντίστοιχους πίνακες τιμών:

- Προσθέτεις 5 στον πρώτο αριθμό και βρίσκεις τον δεύτερο.
- Τριπλασιάζοντας τον πρώτο αριθμό και προσθέτοντας 2, βρίσκεις τον δεύτερο.
- Το χαρτζιλίκι μου είναι 2 € την ημέρα.



2. Αντιστοίχισε κάθε πίνακα τιμών με την αντίστοιχη σχέση:

A $y=x+7$

B $y=2x+1$

Γ $y=6x$

Δ $y=2x-4$

E $y=\frac{x}{3}$

ΣΤ $y=3x+2$

Z $y=3x$

H $y=x-4$

α

x	1	2	3	4
y	6	12	18	24

β

x	3	4	5	6
y	10	11	12	13

γ

x	1	2	3	4
y	3	5	7	9

δ

x	5	6	7	8
y	6	8	10	12

ε

x	0	2	4	6
y	0	6	12	18

στ

x	5	7	9	11
y	1	3	5	7

ζ

x	0	2	4	6
y	2	8	14	20

η

x	9	12	15	18
y	3	4	5	6

--	--	--	--	--	--	--	--

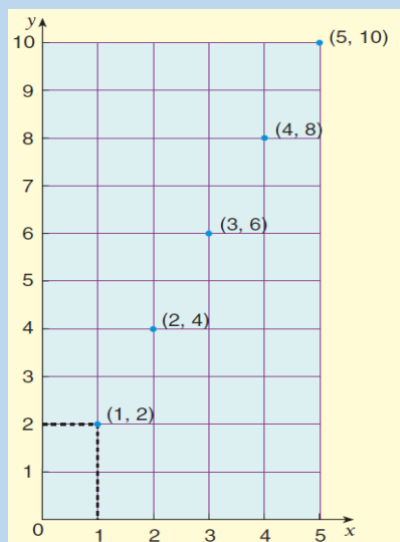
Διερεύνηση – Επέκταση

Πολύ συχνά απεικονίζουμε τα δεδομένα ενός πίνακα σε μια γραφική παράσταση. Για παράδειγμα:

Έστω $y=2x$ και προκύπτει ο πίνακας

x	1	2	3	4
y	2	4	6	8

- Παρατηρώ πως σχηματίζονται ζευγάρια τιμών της μορφής (x,y) : $(1,2)$, $(2,4)$, $(3,6)$, $(4,8)$
- Μπορώ να αποτυπώσω τις τιμές του x σε έναν οριζόντιο άξονα και του y πάνω σε έναν κάθετο άξονα.



Δοκιμάζω να κάνω τη γραφική παράσταση για κάποιον από τους πίνακες που συνάντησα σε προηγούμενες δραστηριότητες.

Για τη γραφική παράσταση μπορώ να βρω πληροφορίες και δραστηριότητες στο συμπληρωματικό υλικό στο teams









ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Ελληνο-Αμερικανικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα

Νηπιαγωγείο • Δημοτικό • Γυμνάσιο • Λύκειο

ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ • ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΨΥΧΙΚΟΥ • ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ Ι.Μ.ΚΑΡΡΑΣ