ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
Ελληνο-Αμερικανικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα
Νηπιαγωγείο • Δημοτικό • Γυμνάσιο • Λύκειο
ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ • ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΨΥΧΙΚΟΥ • ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ Ι.Μ. ΚΑΡΡΑΣ
1925

Δημοτικό
Κολλεγίου Ψυχικού
Τάξη 6η

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

6ης τάξης

Τεύχος 3ο

Δυνάμεις

Συνοδευτικό Φυλλάδιο

Όνομα: ....

Τμήμα: ....

Περιεχόμενα

1. Διαιρέτες ενός αριθμού – ΜΚΔ (Β.Ο. 12)

α) Διαιρέτες

Γράφω τους αριθμούς **40 64 144** ως γινόμενο 2 παραγόντων. Για παράδειγμα

$40 = 4 \times 10$ ή   40 =……×…….   ή   40 =……×……….

Μπορώ να παρατηρήσω πως οι αριθμοί 4, 10, ……………………………………είναι διαιρέτες του 40

Διαιρέτες ενός αριθμού είναι οι αριθμοί που τον διαιρούν ακριβώς, χωρίς να αφήνουν υπόλοιπο.

π.χ. Διαιρέτες του 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12

Η διαδικασία κατά την οποία ένας αριθμός γράφεται ως γινόμενο παραγόντων, λέγεται **παραγοντοποίηση**

π.χ. παραγοντοποίηση του 40: $40 = 4 \times 10$

Δραστηριότητες:

1. Να συμπληρώσεις τον πίνακα:

γινόμενο	24	24	24	25	25	36	27	96	29
παράγοντας	3								
παράγοντας		6							

2. Να γράψεις όλους τους διαιρέτες των αριθμών:

- 48: …………………………………………………………
- 100: ………………………………………………………
- 91: …………………………………………………………
- 89: …………………………………………………………

ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
Ελληνο-Αμερικανικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα
Νηπιαγωγείο • Δημοτικό • Γυμνάσιο • Λύκειο

<u>β) ΜΚΔ (Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης)</u>

Να βρεις τους διαιρέτες των αριθμών:
30: ....
24: ....
Να κυκλώσεις τους κοινούς διαιρέτες των δύο αριθμών

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης ή ΜΚΔ δύο ή περισσότερων αριθμών είναι **ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες** των αριθμών αυτών.

Ο ΜΚΔ των αριθμών 30 και 24 είναι ο .... και τον συμβολίζουμε ΜΚΔ(30, 24)= ....

Να βρεις τον ΜΚΔ (35, 36) = ...
35: ....
36: ....

Τι παρατηρείς: ....

Κάθε ζεύγος ή ομάδα αριθμών έχει **οπωσδήποτε ως κοινό διαιρέτη το 1**. Αν το 1 είναι ο **μοναδικός κοινός διαιρέτης**, δηλαδή ο ΜΚΔ, οι αριθμοί ονομάζονται **ΠΡΩΤΟΙ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ**

Πώς βρίσκουμε το ΜΚΔ;

Να βρεθεί το ΜΚΔ (24, 56, 224)

- τοποθετώ τους αριθμούς στη σειρά 24 56 224

- ξαναγράφω το μικρότερο από κάτω 24 8 8
  και διαιρώ με αυτόν τους άλλους, γράφοντας από κάτω το υπόλοιπο της διαίρεσης.

- Ξαναακολουθώ την ίδια διαδικασία. 0 0 8

- Όταν ένας αριθμός εμφανιστεί και οι υπόλοιποι είναι 0, αυτός είναι ο ΜΚΔ

ΜΚΔ

Ο ΜΚΔ χρησιμοποιείται, όταν θέλω να μοιράσω **ισότιμα** διαφορετικές ποσότητες.

Σε πόσες ισότιμες ομάδες μπορούν να χωριστούν 20 αγόρια και 16 κορίτσια;

ΜΚΔ(16,20) = 4

Άρα σε 4 ομάδες που θα έχουν **20÷4=5 αγόρια** και **16÷4=4 κορίτσια** η κάθε μία.

Δραστηριότητα:

Να λύσεις τα προβλήματα

i. Σε μια κατασκήνωση υπάρχουν 120 αγόρια και 140 κορίτσια. Πόσες ίδιες, ομοιογενείς ομάδες μπορούν να φτιάξουν; Πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια θα έχει κάθε ομάδα;

ii. Ο γυμναστής του σχολείου θέλει να παρατάξει τους 156 μαθητές της 6ης τάξης και τους 144 μαθητές της 5ης τάξης για την παρέλαση κατά την είσοδό τους στο στάδιο κατά την έναρξη των αγώνων στίβου. Πόσους μαθητές θα έχει κάθε γραμμή, ώστε να μην περισσεύει κανείς;

iii. Η μητέρα μαγείρεψε για το πάρτι μου και έφτιαξε 48 κεφτεδάκια, 24 τυροπιτάκια, πίτσα που έκοψε σε 36 κομμάτια και 12 σάντουιτς. Με αυτά θα φτιάξει όμοια πιάτα για τους καλεσμένους μου. Πόσοι είναι οι καλεσμένοι μου;

Διερεύνηση – Επέκταση

- **Ο τρόπος για να βρίσκεις τον ΜΚΔ προκύπτει από την Ευκλείδεια Διαίρεση. Για παράδειγμα ο ΜΚΔ(40, 24) υπολογίζεται:**
  40 ÷ 24= 1 και υ=16 και 24÷16=1 και υ=8 και 16÷8=2 και υ=0 Άρα ΜΚΔ=8 αφού υ=0

- **Κάνε το ίδιο για άλλους αριθμούς. Τι συμβαίνει με αριθμούς που είναι πρώτοι μεταξύ τους;**

- **Ένας άλλος τρόπος για να υπολογίζεις το ΜΚΔ είναι οι διαδοχικές αφαιρέσεις. Για παράδειγμα: 40-24=16 και 24-16=8 και 16-8=8 και 8-8=0. Άρα ΜΚΔ=8. Δοκίμασε κι εσύ. Τι συμβαίνει με τους αριθμούς που είναι πρώτοι μεταξύ τους;**

- **Φίλοι αριθμοί ονομάζονται οι αριθμοί που το άθροισμα των διαιρετών του ενός, δίνει τον άλλον. Οι πιο γνωστοί είναι το ζεύγος 220 – 284.**

2. Κριτήρια διαιρετότητας (Β.Ο.13)

- Να κυκλώσεις τους αριθμούς που διαιρούνται με το 2:
  24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 32
- Να κυκλώσεις τους αριθμούς που διαιρούνται με 5:
  40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50
- Να κυκλώσεις τους αριθμούς που διαιρούνται με 2 και 5:
  60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70

Για να προβλέψουμε πότε ένας αριθμός έχει ως διαιρέτη έναν άλλον, διατυπώσαμε τα κριτήρια διαιρετότητας. Για παράδειγμα:

«Οι αριθμοί που τελειώνουν σε 0 ή σε 5 διαιρούνται με το 5»

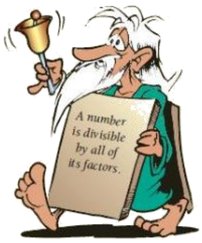
Κριτήρια διαιρετότητας διατυπώνουμε για μερικούς αριθμούς.

Κριτήρια διαιρετότητας

Διαιρέτης	Κριτήριο διαιρετότητας	Παραδείγματα
2	Οι αριθμοί που τελειώνουν σε 0,2,4,6,8,10 (άρτιοι)	
3	Το μονοψήφιο άθροισμα των ψηφίων του είναι 3,6 ή 9	
4	Τα δύο τελευταία ψηφία του αριθμού διαιρούνται με 4	
5	Το τελευταίο ψηφίο είναι 0 ή 5	
6	Ο αριθμός διαιρείται με 2 και 3 συγχρόνως	
8	Τα τρία τελευταία ψηφία διαιρούνται με 8	
9	Το μονοψήφιο άθροισμα των ψηφίων είναι 9	
10	Το τελευταίο ψηφίο είναι 0	
25	Τα δυο τελευταία ψηφία είναι 00, 25, 50, 75	
100, 1000	Ο αριθμός τελειώνει σε 00, 000 αντίστοιχα	

Δραστηριότητες:

1. **Χρησιμοποιώ τα κριτήρια διαιρετότητας και συμπληρώνω με √ τον πίνακα:**



	÷ 2	÷3	÷5	÷9	÷10	÷25	÷6	÷100	÷8
38 + 47									
(38 + 47) ·2									
1,8 · 10									
1,8 · 100									
133									
133 ·9									
1350 ·23									
567									
1575									
5280									
52800									
10406									

2. Συμπληρώνω Σωστό ή Λάθος:

	Όλοι οι αριθμοί έχουν τουλάχιστον 2 διαιρέτες
	Οι άρτιοι αριθμοί διαιρούνται οπωσδήποτε με το 2
	Διαιρέτης μπορεί να είναι κι ένας δεκαδικός αριθμός
	Ο αριθμός 2310 διαιρείται με 2, 3, 5 και 9
	Ο αριθμός 999 διαιρείται μόνο με το 9 και το 1
	Ο ΜΚΔ δύο ή περισσοτέρων αριθμών μπορεί να είναι ο μικρότερος από τους αριθμούς
	Τα 36 αγόρια και τα 24 κορίτσια μπορούν να σχηματίσουν 12 το πολύ ομάδες με ίδιο αριθμό κοριτσιών και αγοριών.
	Όποιος αριθμός διαιρείται με το 9, διαιρείται σίγουρα και με το 3
	Όποιος αριθμός τελειώνει σε 0, δε διαιρείται με το 9

3. Επιλέγω τη σωστή απάντηση:

- Το ψηφίο που λείπει για να διαιρείται με 9 ο 365.4…9 είναι
  α) 1 β) 2 γ) 0
- Ο αριθμός 1212 δε διαιρείται από το
  α) 3 β) 2 γ) 9
- Με 16 κόκκινα και 24 κίτρινα τριαντάφυλλα μπορώ να φτιάξω το πολύ
  α) 4 ανθοδέσμες β) 8 ανθοδέσμες γ) 6 ανθοδέσμες

Διερεύνηση – Επέκταση

- **Να κατασκευάσεις κριτήρια διαιρετότητας για το 15 το 18 και το 12.**

ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
Ελληνο-Αμερικανικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα

3. α. Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί (Β.Ο.14)

Να βρεις τους διαιρέτες των παρακάτω αριθμών:

13:............................ 89:.......................

29:............................ 53:......................

- Οι αριθμοί που έχουν ως διαιρέτες μόνο το .... και τον .... τους ονομάζονται **ΠΡΩΤΟΙ** αριθμοί.
- Οι αριθμοί που έχουν και άλλους διαιρέτες ονομάζονται **ΣΥΝΘΕΤΟΙ**.
- Το 1 έχει μόνο έναν διαιρέτη, γι'αυτό δεν είναι ούτε πρώτος ούτε σύνθετος.

<u>Δραστηριότητα:</u>

1. Να γράψεις τους πρώτους αριθμούς μέσα στην πρώτη εικοσάδα αριθμών:

....

2. Ο Ερατοσθένης (276-194 π.Χ.) ήταν μαθηματικός, ιστορικός,αστρονόμος, ποιητής και γεωγράφος. Κατασκεύασε ένα «κόσκινο» για να προσδιορίσει τους πρώτους αριθμούς μέσα στην πρώτη εκατοντάδα. Ακολούθησε τις οδηγίες και βρες τους πρώτους αριθμούς στο κόσκινο του Ερατοσθένη:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Για να τους ξεχωρίσεις κι εσύ, να διαγράψεις:

- τον αριθμό 1.
- τα πολλαπλάσια του 2, εκτός από το 2.
- τα πολλαπλάσια του 3, εκτός από το 3.
- τα πολλαπλάσια του 5, εκτός από το 5.
- τα πολλαπλάσια του 7, εκτός από το 7.
- Βάλε σε έναν κύκλο τους αριθμούς που απέμειναν.
- Πόσοι έμειναν; ....

3. Κυκλώνω τους πρώτους αριθμούς:

   17, 21, 23, 33, 39, 41, 47, 51, 57, 59, 69, 71, 75, 79, 81, 83, 91, 93, 97, 99

4. Για να βρεις το βαθμό που πήρα στο τεστ μαθηματικών πρέπει να προσθέσεις το μικρότερο και το μεγαλύτερο πρώτο αριθμό μες στην πρώτη εκατοντάδα αριθμών.
   Τι βαθμό πήρα;

5. Να βρεις το γινόμενο των μονοψήφιων πρώτων αριθμών.

6. Να βρεις το άθροισμα των μονοψήφιων σύνθετων αριθμών.

3. β. Παραγοντοποίηση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων (Β.Ο.15)

Να γράψεις τους αριθμούς ως γινόμενο παραγόντων, χρησιμοποιώντας τους μικρότερους παράγοντες, όπως στο παράδειγμα:

20= 4×5=2× 2 × 5 12= .... 15= ....
30=.......................

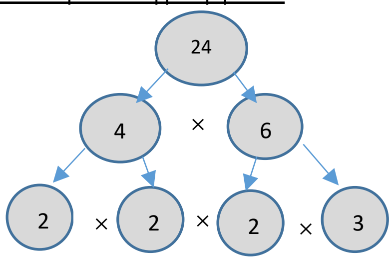
Τι είδους αριθμοί είναι οι παράγοντες αυτοί; ....

Κάθε σύνθετος αριθμός μπορεί να γραφεί ως **γινόμενο πρώτων παραγόντων**.

Οι πρώτοι αριθμοί αποτελούν την **«πρώτη ύλη»** για να κατασκευάσουμε όλους τους άλλους αριθμούς.

Για να παραγοντοποιήσω σε γινόμενο πρώτων παραγόντων μπορώ να χρησιμοποιήσω δύο μεθόδους:

α. Δεντροδιάγραμμα



24= 2× 2 × 2 × 3

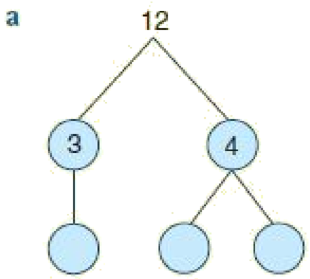
β. Διαδοχικές Διαιρέσεις

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

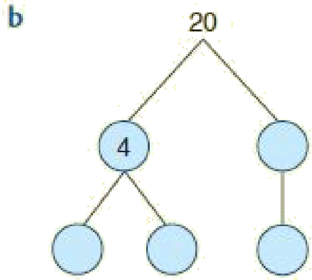
24= 2× 2 × 2 × 3

<u>Δραστηριότητες:</u>

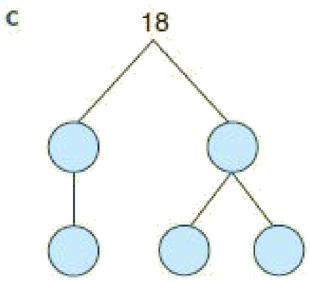
1. Να αναλύσεις σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τους αριθμούς:



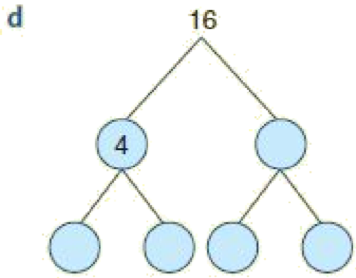
12 = ... × . . . . × . . . .



20 = ... × . . . . × . . . .



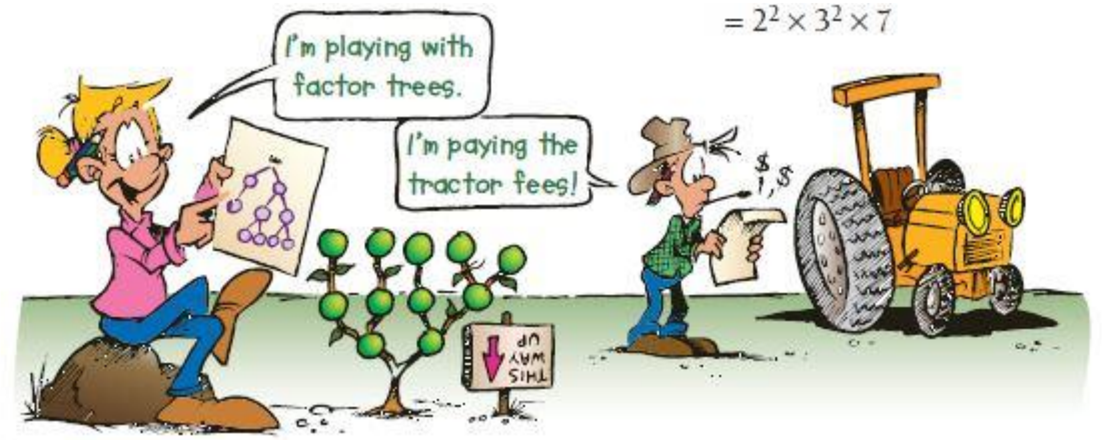
18 = ... × . . . . × . . . .



16 = ... × . . . . × . . . . × . . . .

2. Να αναλύσεις σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με όποιον τρόπο θέλεις τους αριθμούς στο τετράδιο:
   α) 128 β) 243 γ) 69 δ) 291 ε) 83

3. Να επιλέξεις τη σωστή απάντηση:
   - Το 1…
     α) είναι σύνθετος β) είναι πρώτος γ) δεν είναι ούτε σύνθετος ούτε πρώτος
   - Όλοι οι πρώτοι αριθμοί είναι…
     α) άρτιοι β) περιττοί εκτός από το 2 γ) περιττοί
   - Ο αριθμός 230 είναι…
     α) σύνθετος β) πρώτος γ) δεν μπορώ να πω σίγουρα
   - Ο μικρότερος σύνθετος αριθμός είναι…
     α) το 2 β) το 0 γ) το 4
   - Αν αναλύσω το 16 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων θα βρω…
     α) 4·4 β) 2·2·2·2 γ) 2·8
   - Αν προσθέσω όλους τους πρώτους παράγοντες που βρίσκονται ανάμεσα στο 10
     και στο 20, θα βρω…
     α) 40 β) 60 γ) 43



Διερεύνηση – Επέκταση

- Ο μικρότερος πρώτος αριθμός είναι το 2. Τι διαφορετικό έχει αυτός ο αριθμός σε σχέση με τους υπόλοιπους γνωστούς πρώτους;
- Ποιος είναι ο μεγαλύτερος πρώτος αριθμός; Βρες πληροφορίες για την «Εικασία του Γκόλντμπαχ».
- Βρες πληροφορίες για τη σχέση των πρώτων αριθμών με την κρυπτογράφηση.
- Ο αριθμός 6 λέγεται «τέλειος», γιατί το άθροισμα των γνήσιων διαιρετών του ισούται με 6 (1+2+3=6). Βρες άλλους τέλειους αριθμούς.

4. Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο – ΕΚΠ (Β.Ο.16)

Πολλαπλάσιο ενός φυσικού αριθμού είναι το γινόμενο του αριθμού αυτού με οποιονδήποτε άλλο φυσικό αριθμό. Για παράδειγμα, τα πολλαπλάσια του 4 είναι 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

Να βρεις τα πολλαπλάσια των αριθμών 2, 3, 4:

2: ....

3:...

4:..

Κύκλωσε τα κοινά πολλαπλάσια (ΚΠ) και υπογράμμισε το μικρότερο από αυτά (ΕΚΠ)

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο δύο ή περισσοτέρων αριθμών είναι το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσιά τους.

Εύρεση του ΕΚΠ

Να βρεθεί το ΕΚΠ(24, 12, 36)=

24	12	36	2
12	6	18	2
6	3	9	2
3	3	9	3
1	1	3	3
1	1	1	

- Διαιρώ κάθε αριθμό με τον μικρότερο πρώτο και γράφω από κάτω το αποτέλεσμα.
- Αν δεν διαιρείται το ξαναγράφω όπως είναι από κάτω.
- Μόλις το αποτέλεσμα όλων των διαιρέσεων γίνει 1, πολλαπλασιάζω τους αριθμούς στη δεξιά στήλη. Το γινόμενο είναι το ΕΚΠ

ΕΚΠ(24, 12, 36) = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$

Επεκτείνω τις γνώσεις μου

<u>Εύρεση του ΕΚΠ και του ΜΚΔ με τη βοήθεια των πρώτων παραγόντων</u>

Να βρεθεί το ΕΚΠ και το ΜΚΔ των αριθμών 48, 20 και 36

- Αναλύω τους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

- Τους γράφω ως γινόμενο σε αντιστοιχία.

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
$20 = \qquad 2 \times 2 \qquad \times 5$
$36 = \qquad 2 \times 2 \times 3 \times 3$

ΕΚΠ= $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 720$

Το ΕΚΠ είναι το γινόμενο όλων των όρων που υπάρχουν στους αριθμούς

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
$20 = \qquad 2 \times 2 \qquad \times 5$
$36 = \qquad 2 \times 2 \times 3 \times 3$

ΜΚΔ = 2×2

Το ΜΚΔ είναι το γινόμενο όλων των όρων που υπάρχουν (είναι κοινοί) σε όλους τους αριθμούς

<u>Δραστηριότητες:</u>

1. Τρία πλοία ξεκινούν μαζί από το λιμάνι του Πειραιά. Το δρομολόγιο του α΄ διαρκεί 3 ημέρες, του β΄ 5 ημέρες και του γ΄ 4 ημέρες. Σε πόσες μέρες θα ξανασυναντηθούν τα τρία πλοία στο λιμάνι του Πειραιά;

2. Ένας δάσκαλος μπορεί να χωρίσει τους μαθητές της τάξης σε 2άδες, 4άδες ή 5άδες χωρίς να περισσεύει κανείς. Πόσους μαθητές το λιγότερο μπορεί να έχει αυτή η τάξη;

3. Στη διπλανή τάξη ο δάσκαλος μπορεί να χωρίσει τους μαθητές σε 3άδες, 6άδες ή 9άδες και περισσεύει πάντα ένας μαθητής. Πόσους το λιγότερο μαθητές έχει η τάξη αυτή;

4. Ένα σχολείο έχει περισσότερους από 200 και λιγότερους από 280 μαθητές. Αν χωριστούν σε 3άδες, 4άδες ή 5άδες δεν περισσεύει κανένας μαθητής. Πόσοι είναι οι μαθητές του σχολείου;

5. Να βρεις τους 3 αριθμούς που έχουν ΕΚΠ = 21

6. Συμπληρώνω Σωστό ή Λάθος:

	Το ΕΚΠ δύο ή περισσοτέρων αριθμών μπορεί να είναι ο μεγαλύτερος από τους αριθμούς
	ΕΚΠ (6, 12, 18) = 6
	Δύο ή περισσότεροι αριθμοί έχουν άπειρα κοινά πολλαπλάσια
	ΕΚΠ (5, 15, 45) = 45
	Χωρίζω τα 24 αυτοκόλλητά μου σε 3άδες, 4άδες, 6άδες, 8άδες και δεν περισσεύει κανένα
	Μια τάξη με 24 παιδιά μπορεί να παραταχτεί στην παρέλαση σε 3άδες, 4άδες και 5άδες χωρίς να περισσεύει κανένα παιδί

Διερεύνηση – Επέκταση

- Έχουν όλοι οι αριθμοί ΜΚΔ και ΕΚΠ; Δείξε με παραδείγματα.
- Να βρεις το ΜΚΔ και το ΕΚΠ των αριθμών 2.456 και 3.400. Ποια μέθοδο θα ακολουθήσεις;

5. Δυνάμεις αριθμών (Β.Ο.17)

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ ή $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

Το γινόμενο ενός αριθμού με τον εαυτό του ονομάζεται δύναμη του αριθμού.

Για παράδειγμα, 3^4 *σημαίνει πως πολλαπλασιάζω το 3 με τον εαυτό του 4 φορές. Δηλαδή*:

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

Η δύναμη αυτή διαβάζεται **«τρία στην τετάρτη»** ή **«τέταρτη δύναμη του τρία»** ή «τρία υψωμένο στην τέταρτη δύναμη». Ανάλογα διαβάζονται όλες οι δυνάμεις.

<u>Δραστηριότητα:</u> Υπολογίζω τις παρακάτω δυνάμεις:

$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$	$2^5 =$.............
$2^3 =$	$8^2 =$.............
$3^2 =$...............	$6^2 =$.............
$5^3 =$..............	$1^6 =$.............
$10^3 =$..............	$109^2 =$............

- Στη δύναμη 5^4 ο αριθμός 5 ονομάζεται **ΒΑΣΗ** και ο δείκτης 4 **ΕΚΘΕΤΗΣ.**
- Κάθε δύναμη της μορφής $\boldsymbol{\alpha^2}$ διαβάζεται **«στο τετράγωνο».**
- Κάθε δύναμη της μορφής $\boldsymbol{\alpha^3}$ διαβάζεται **«στον κύβο».**
- Η μονάδα, οποιονδήποτε εκθέτη κι αν έχει, είναι ίση με 1.

π.χ. $1^5 = 1$ $1^{204} = 1$ $1^{56} = 1$

- Κάθε αριθμός με εκθέτη το μηδέν είναι ίσος με τη μονάδα.

π.χ. $50^0 = 1$ $7^0 = 1$ $1^0 = 1$ $153^0 = 1$

- Το μηδέν, οποιοδήποτε αριθμό κι αν έχει εκθέτη, είναι ίσο πάντα με 0.

π.χ. $0^4 = 0$ $0^{2007} = 0$

Δραστηριότητες:

1. Γράφω με μορφή δύναμης τα γινόμενα:

$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$	$x \cdot x \cdot x =$
$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a =$	$x \cdot x \cdot y \cdot y =$
$3 \cdot 3 \cdot 3 =$	$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$
$6 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$	$\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \beta =$

2. Συγκρίνω τα ζευγάρια. (> , < , =)

2^3	☐	5^2	4^3	☐	3^4	4^2	☐	2^4
1^{10}	☐	10^1	50^1	☐	50^0	6^2	☐	2^6

3. Κυκλώνω το σωστό αποτέλεσμα:

3^2	$3 \cdot 2$	$3 + 3$	$3 \cdot 3$	$3 + 2$
10^0	$10 \cdot 0$	10	0	1
1^{28}	28	1	29	0
16	2^8	4^2	2^5	8^2
$3^0 + 1^{88}$	$3 + 88$	$1 + 1$	$3 + 1$	$0 + 1$
X^2	$2 \cdot X$	$X \cdot X \cdot 2$	$X + X$	$X \cdot X$
$2{,}2^2$	$2 \cdot 2{,}2$	2,2	4,4	4,84

4. Συμπληρώνω σωστό (Σ) ή λάθος (Λ):

☐	$2 \cdot 4 = 4 + 4$
☐	$2^4 = 4 \cdot 2$
☐	$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 5^4$
☐	$6 \cdot 3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
☐	$6^3 = 6 + 6 + 6$
☐	$7^0 = 7 \cdot 0$

5. Υπολογίζω…

το διπλάσιο του 5: .... το τετράγωνο του 5 : ....

το τριπλάσιο του 10: .... τον κύβο του 10 : ....

το τετράγωνο του 4: .... τον κύβο του 4 : ....

6. Γράφω σε μορφή δύναμης τους παρακάτω αριθμούς:

$64 = 8 \cdot 8 = 8^2$	$9 =$	$121 =$
$16 =$	$100 =$	$81 =$
$49 =$	$25 =$	$36 =$

7. Αναλύω τους παρακάτω αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και γράφω το γινόμενο με μορφή δύναμης στο τετράδιο μαθηματικών:

625, 729, 128, 343

8. Τοποθετώ τους παρακάτω αριθμούς σε αύξουσα σειρά:

α) 5^2 , 136 , 2^5 , 14 , 3^2 , 0^{100}

....

β) 1^{1000} , 6^2 , 4^3 , 235 , 200^0

....
...

Επεκτείνω τις γνώσεις μου…

<u>Οι τετράγωνοι αριθμοί</u>

Έχω το τετράγωνο ☐ με πλευρά 1μονάδα μέτρησης. Με πόσα τέτοια τετράγωνα μπορώ να κατασκευάσω ένα νέο τετράγωνο; (Δοκιμάζω διάφορες επιλογές)

Μεγαλύτερα τετράγωνα μπορώ να φτιάξω με ……., …………, ………., ……….,
…………,………… μικρά τετράγωνα.

Ας «μπλέξουμε» λίγο τη γεωμετρία με την άλγεβρα…

Οι αριθμοί αυτοί που μου δίνουν τη δυνατότητα να κατασκευάσω τετράγωνο με φυσικό αριθμό ως εμβαδόν ονομάζονται **τετράγωνοι αριθμοί**.

Κυκλώνω τους αριθμούς που είναι τετράγωνοι:

25, 32, 36, 54, 49, 144, 121, 240, 333, 100, 10, 1000, 625, 1.000.000

Για να φτιάξω τετράγωνο με 4 τετράγωνα πρέπει κάθε πλευρά του να είναι 2 εκατοστά, γιατί ισχύει $4 = 2 \cdot 2 = 2^2$.

Άρα το 2 είναι **η ρίζα (λύση) του τετραγώνου** , **δηλαδή η τετραγωνική ρίζα του 4**

ή όπως είναι πιο γνωστό $\sqrt{\mathbf{4}} = \mathbf{2}$

Βρίσκω την τετραγωνική ρίζα των παραπάνω τετράγωνων αριθμών:

Διερεύνηση – Επέκταση

<u>Το πρόβλημα του Σωκράτη</u>

- Κατασκευάζω ένα τετράγωνο με πλευρά 2 cm και υπολογίζω το εμβαδόν του.
- Προσπαθώ να κατασκευάσω τετράγωνο με διπλάσιο εμβαδόν κι ένα με μισό εμβαδόν.
- Ποιες δυσκολίες αντιμετωπίζω;
- Γιατί ονομάστηκε «πρόβλημα του Σωκράτη»; Συλλέγω πληροφορίες.

<u>Το δυαδικό σύστημα αρίθμησης</u>

Βλέπω την παρουσίαση για το δυαδικό σύστημα αρίθμησης και προσπαθώ να εκφράσω διάφορους αριθμούς σε αυτό. Εξηγώ τη σχέση του με τις δυνάμεις του 2.

6. Αριθμητικές παραστάσεις με δυνάμεις

Σε μια αριθμητική παράσταση προηγούνται οι δυνάμεις, ακολουθούν οι ....και οι .... Τέλος κάνουμε τις ....και τις ....

Αν υπάρχουν παρενθέσεις, προηγούνται οι πράξεις μέσα σε αυτές με την ίδια σειρά.

<u>Δραστηριότητες</u>: Λύνω τις αριθμητικές παραστάσεις

α) $5 \cdot 2^3 + 4 - 3 + 10 - 2^0 =$

β) $4^2 \cdot 5^2 - 3^3 + 6^1 + 0 =$

γ) $2^3 \cdot 4 + (10 \cdot 3)^2 + 5^2 : 50^0 - 1^0 =$

δ) $(1000^0 - 7.000^0 + 6^2) \cdot 5^2 - 10.000^0 =$

ε) $[2^4 + (2^2 - 1) \cdot 6] - (6^2 - 5 \cdot 6) =$

στ) $8^2 + [(120 + 6) : 2] \cdot 3 + 3^2 + 3 \cdot 2 =$

ζ) $(3^2 - 2^2)^2 : 5^2 - 1^{125} =$

η) $8^2 - 4 \cdot (2 \cdot 9 - 4^2) + 3^3 + 3^2 \cdot 2 =$

θ) $(18 : 3^2 - 10^0 + 1^{12}) : 103^0 =$

ι) $12 : (2^2 \cdot 3) + (2^2 \cdot 3) : 6 - 12 : 2^2 =$

ια) $10^3 - 30^2 + 2 \cdot (3 + 2)^2 - 18^0 + 215^0 =$

ιβ) $2 \cdot (3^2 + 4^2 - 2) \cdot 1^{1001} + 4 \cdot 6^2 =$

7. Επανάληψη ενότητας

1. Συμπληρώνω Σωστό ή Λάθος. Σε περίπτωση λάθους, γράφω το σωστό:

Αρχική πρόταση	Σ	Λ	Συμπληρώνω το Σωστό
$3^3 = 9$			
$\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \beta \cdot \beta = 4 \cdot \alpha + 3 \cdot \beta$			
$4^2 - 4 = 0^2$			
ΜΚΔ(8, 12, 24)= 4			
ΕΚΠ(2,4,6)=2			
$1^{15} = 1$			
Ο μικρότερος πρώτος αριθμός είναι το 1			
Όλοι οι πρώτοι αριθμοί είναι περιττοί			
64=2^5			
60= $2^2 \cdot 15$ είναι γινόμενο πρώτων παραγόντων			
Το γινόμενο των μονοψήφιων πρώτων αριθμών είναι 30			
Το άθροισμα των διψήφιων πρώτων είναι 75			

2. Επιλέγω και κυκλώνω τη σωστή απάντηση:

- Η μηδενική δύναμη ενός αριθμού είναι ίση με…
  το μηδέν　　　　το ένα　　　　εξαρτάται από τον αριθμό

- Αν γράψω τη δύναμη 5 στο τετράγωνο, θα γράψω…
  5^4　　　　5^3　　　　5^2

- Ο ΜΚΔ των αριθμών 20, 40, 60 είναι το …
  20　　　　40　　　　60

- Το ΕΚΠ των αριθμών 20, 40, 60 είναι το…
  60　　　　80　　　　120

- Ο αριθμός 97 είναι…
  ο μεγαλύτερος πρώτος　　　　ο μεγαλύτερος διψήφιος πρώτος　　　　ο μεγαλύτερος σύνθετος

- Το αποτέλεσμα της παράστασης $3^3 - 3^2 \cdot 2 =$
  9　　　　18　　　　3

- Αν αναλύσω το 144 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων θα βρω…
  $2^4 \cdot 9$　　　　$2^4 \cdot 3^2$　　　　$8 \cdot 9$

- Ο αριθμός 2.346.372.810 διαιρείται μόνο από …..
  2, 3, 5, 9　　　　2, 3, 5, 9, 10　　　　2, 3, 5, 9, 10, 6

- Το 23 και το 3 είναι πρώτοι αριθμοί. Το γινόμενό τους είναι…
  Πρώτος　　　　σύνθετος

- Το άθροισμα δυο πρώτων αριθμών είναι…
  πάντα πρώτος　　　　σύνθετος　　　　πάντα σύνθετος εκτός αν ο ένας είναι το 2

1
+2
3

ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
Ελληνο-Αμερικανικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα
Νηπιαγωγείο • Δημοτικό • Γυμνάσιο • Λύκειο
ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ • ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΨΥΧΙΚΟΥ • ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ Ι.Μ. ΚΑΡΡΑΣ
1925