



ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Ελληνο-Αμερικανικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα

Νηπιαγωγείο • Δημοτικό • Γυμνάσιο • Λύκειο

ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ • ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΨΥΧΙΚΟΥ • ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ Ι.Μ. ΚΑΡΡΑΣ

1925

Δημοτικό
Κολλεγίου Αθηνών
Τάξη 4^η

...για να γνωρίσουμε
τους πολυψήφιους αριθμούς...
(α' τεύχος)

Συγγραφή: Π. Καρατζάνος

Πίνακας περιεχομένων

ΟΙ ΠΟΛΥΨΗΦΙΟΙ ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ	3
<i>Ακέραιοι ή Φυσικοί</i>	<i>3</i>
<i>Το δεκαδικό σύστημα.....</i>	<i>4</i>
<i>Πώς γράφονται και διαβάζονται ο πολυψήφιοι.....</i>	<i>7</i>
<i>Αξία ψηφίων στους πολυψήφιους</i>	<i>9</i>
<i>Πώς αναλύονται οι πολυψήφιοι</i>	<i>10</i>
<i>Πώς συνθέτουμε πολυψήφιους</i>	<i>11</i>
<i>Πώς συγκρίνονται οι πολυψήφιοι.....</i>	<i>13</i>
<i>ΑΣΚΗΣΕΙΣ.....</i>	<i>14</i>
Η ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΜΕΧΡΙ ΤΟ 100.000	22
<i>Νοερές προσθέσεις.....</i>	<i>22</i>
<i>«Κάθετες» γραπτές προσθέσεις</i>	<i>28</i>
<i>Επαλήθευση πρόσθεσης.....</i>	<i>28</i>
<i>ΑΣΚΗΣΕΙΣ.....</i>	<i>29</i>
Η ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΜΕΧΡΙ ΤΟ 100.000	35
<i>Νοερές αφαιρέσεις</i>	<i>35</i>
<i>«Κάθετες» γραπτές αφαιρέσεις.....</i>	<i>40</i>
<i>Επαλήθευση αφαίρεσης</i>	<i>41</i>
<i>ΑΣΚΗΣΕΙΣ.....</i>	<i>41</i>
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ	50
<i>ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ.....</i>	<i>52</i>

ΟΙ ΠΟΛΥΨΗΦΙΟΙ ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Ακέραιοι ή Φυσικοί



Φυσικοί αριθμοί είναι οι αριθμοί 0, 1, 2, 3... δηλ. οι αριθμοί που μέχρι τώρα μελετούσαμε και είχαμε ονομάσει ακεραίους.

Αρχικά τους ονομάσαμε ακεραίους, γιατί «ακέραιος» σημαίνει «ολόκληρος» και οι αριθμοί αυτοί φανερώνουν ολόκληρα πράγματα.
π.χ.

3 γάτες, 2 μήλα

Από τώρα και στο εξής θα χρησιμοποιούμε την ονομασία «**φυσικοί**».

Η ονομασία «φυσικοί» χρησιμοποιήθηκε επειδή είναι οι αριθμοί της φύσης, με την έννοια ότι η φύση δημιουργεί μόνο ολόκληρα πράγματα. Ακόμα, όπως θα δούμε πολύ αργότερα, με την ονομασία «ακέραιοι» θα ονομάζουμε μια μεγαλύτερη οικογένεια αριθμών που περιλαμβάνει αυτούς που μέχρι τώρα γνωρίσαμε αλλά και κάποιους άλλους, που προς το παρόν δε θα μας απασχολήσουν.

Η λέξη «ακέραιος» δε θα λείπει εντελώς από το λεξιλόγιο των Μαθηματικών μας. Τον αριθμό 1 θα εξακολουθούμε να τον ονομάζουμε ακέραιη μονάδα, καθώς επίσης και το αριστερό μέρος των δεκαδικών θα το ονομάζουμε ακέραιο μέρος.

Το δεκαδικό σύστημα



Κάθε φυσικός αριθμός, όσο μεγάλος κι αν είναι, αποτελείται από ξεχωριστές ακέραιες μονάδες. Ο καθένας έχει δημιουργηθεί από την επανάληψη του 1.

π.χ.

$$12 = 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1$$

Αυτό υπήρχε στη σκέψη των ανθρώπων από την πρώτη στιγμή που επινόησαν τους αριθμούς. Το καταλαβαίνουμε, αν προσέξουμε τον τρόπο με τον οποίο συμβόλιζαν αρχικά τους αριθμούς.

π.χ.

Για το 1 έγραφαν μια απλή όρθια γραμμούλα (I).

Για το 2 έγραφαν δύο φορές την ίδια γραμμούλα (II).

Για το 3 την έγραφαν τρεις φορές (III) κτλ.

Βέβαια, γρήγορα κατάλαβαν ότι με αυτόν τον τρόπο δεν μπορούσαν να συμβολίσουν όλους τους αριθμούς και ιδιαίτερα τους μεγάλους. Φανταστείτε πόση ώρα θα χρειαζόταν να γράφουν γραμμούλες, όταν ήθελαν να συμβολίσουν, για παράδειγμα, το 1.000.

Πέρασαν πολλά χρόνια και χρησιμοποιήθηκαν διάφορα σύμβολα μέχρι που κατέληξαν στο σημερινό σύστημα γραφής των αριθμών με τη βοήθεια των δέκα γνωστών ψηφίων **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**.

(Στο διαδίκτυο, σε εγκυκλοπαίδειες και σε άλλα βιβλία μπορείς να βρεις πληροφορίες για τους διάφορους συμβολισμούς των αριθμών στο πέρασμα του χρόνου από τους διάφορους λαούς.)



Αν σε οποιονδήποτε αριθμό προσθέσουμε το 1, θα προκύψει ο **επόμενός** του.

✓ Αυτό σημαίνει ότι οι αριθμοί δεν έχουν τέλος και γι' αυτό λέμε ότι είναι **άπειροι**, δηλαδή ατέλειωτοι.

Παρόμοια:

Αν αφαιρέσουμε το 1 από κάποιον αριθμό (εκτός από το 0), θα προκύψει ο **προηγούμενός** του.

Σκεφτείτε, λοιπόν, πόσα ξεχωριστά σύμβολα και πόσα διαφορετικά ονόματα θα χρειαζόνταν για όλους τους αριθμούς.

Επειδή, όπως είπαμε παραπάνω, κάθε αριθμός αποτελείται από ακέριες μονάδες, έπρεπε να βρεθεί ένας τρόπος να τις οργανώσουν, ώστε να μπορούν να γραφτούν και να διαβαστούν ευκολότερα. Μέχρι το 9 δημιουργήθηκαν ξεχωριστά σύμβολα και ονόματα. Τι θα γινόταν όμως από εκεί και πάνω;

Η έμπνευση προέκυψε από τον αριθμό 10 των δακτύλων των χεριών μας. Έτσι, οι «σκόρπιες» ακέριες μονάδες αποφασίστηκε να γίνουν ομάδες των 10.



✓ Αυτός ο τρόπος οργάνωσης ονομάστηκε **δεκαδικό σύστημα**.

- Οι 10 μονάδες (**M**) αποτελούν μία **δεκάδα** (**Δ**).
- Οι 10 δεκάδες αποτελούν μία **εκατοντάδα** (**E**).
- Οι 10 εκατοντάδες αποτελούν μία χιλιάδα ή πιο σωστά μία **μονάδα χιλιάδων** (**ΜΧ**).
- Οι 10 χιλιάδες αποτελούν μία **δεκάδα χιλιάδων** (**ΔΧ**) κτλ.

Δηλαδή, κάθε φορά που συγκεντρώνονται «10» σχηματίζεται μια μεγαλύτερη ομάδα (που λέγεται τάξη) και έχει το δικό της όνομα.

- $1\Delta = 10M$
- $1E = 10\Delta = 100M$
- $1MX = 10E = 100\Delta = 1.000M$
- $1\Delta X = 10MX = 100E = 1.000\Delta = 10.000M$

Πώς γράφονται και διαβάζονται ο πολυψήφιοι



Ας συμφωνήσουμε ότι:

Πολυψήφιος θα ονομάζουμε τους αριθμούς που έχουν περισσότερα από τρία ψηφία.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 → **μονοψήφιοι**

10, 11, ... , 98, 99 → **διψήφιοι**

100, 101, ... , 998, 999 → **τριψήφιοι**

1.000, 1.001, ... → **πολυψήφιοι**

Βέβαια και οι πολυψήφιοι, ανάλογα με το πλήθος των ψηφίων τους, λέγονται:

1.000, 1.001, ... , 9.998, 9.999 → **τετραψήφιοι**

10.000, 10.001, ... , 99.998, 99.999 → **πενταψήφιοι**

100.000, 100.001, ... , 999.998, 999.999 → **εξαψήφιοι** κτλ.

Προς το παρόν θα ασχοληθούμε με τετραψήφιους και πενταψήφιους αριθμούς.

Αξία ψηφίων στους πολυψήφιους



Αντίθετα:

Όσο πιο δεξιά βρίσκεται ένα ψηφίο,
τόσο μικρότερη είναι η αξία του.

Όσο πιο αριστερά βρίσκεται ένα ψηφίο,
τόσο μεγαλύτερη είναι η αξία του.

π.χ.

Στον αριθμό 2.835 το 2 έχει μεγαλύτερη αξία από το 8, γιατί βρίσκεται στη θέση των ΜΧ και φανερώνει 2.000 μονάδες. Αντίθετα, το 8 έχει μικρότερη αξία, γιατί βρίσκεται στη θέση των Ε και φανερώνει 800 μονάδες.

Αν ένα ψηφίο «μετακινηθεί» μία θέση μέσα στον αριθμό, η αξία του μεγαλώνει ή μικραίνει 10 φορές.

Αν «μετακινηθεί» 2 θέσεις μέσα στον αριθμό, η αξία του μεγαλώνει ή μικραίνει ($10 \cdot 10 =$) 100 φορές.

Αν «μετακινηθεί» τρεις θέσεις μέσα στον αριθμό, η αξία του μεγαλώνει ή μικραίνει ($10 \cdot 10 \cdot 10 =$) 1.000 φορές κτλ.

π.χ.

Στον αριθμό 30.003 το πρώτο 3 έχει αξία ($10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$) 10.000 φορές μεγαλύτερη από το τελευταίο 3, γιατί απέχουν μεταξύ τους 4 θέσεις.

Επίσης, για το ίδιο λόγο, μπορούμε να πούμε ότι το τελευταίο 3 έχει αξία 10.000 φορές μικρότερη από το πρώτο 3.

Πώς αναλύονται οι πολυψήφιοι



✓ Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να αναλύσουμε δηλ. να πούμε από τι αποτελείται ένας πολυψήφιος. Ο πιο γνωστός και συνηθισμένος είναι το **δεκαδικό ανάπτυγμα**.

π.χ.

$$\begin{aligned} 12.485 &= 1\mathbf{\Delta X} + 2\mathbf{M X} + 4\mathbf{E} + 8\mathbf{\Delta} + 5\mathbf{M} = \\ &= 1 \cdot 10.000 + 2 \cdot 1.000 + 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 5 \cdot 1 = \\ &= 10.000 + 2.000 + 400 + 80 + 5 \end{aligned}$$

Ακόμα για τον παραπάνω αριθμό θα μπορούσαμε να πούμε ότι έχει:

12**M X** και 485**M**

ή 124**E** και 85**M**

ή 1248**\Delta** και 5**M**

ΠΡΟΣΟΧΗ!

Ο αριθμός 12.485 αποτελείται από (δηλ. έχει συνολικά) 12.485**M** και όχι 5**M**.

Μην το συγχέουμε με το ότι το ψηφίο των μονάδων είναι το 5. Αυτό δείχνει τις μονάδες που «περίσσεψαν» και δεν μπόρεσαν να σχηματίσουν δεκάδα.

Πώς συνθέτουμε πολυψήφιους



✓ Όπως είπαμε, το ψηφίο κάθε τάξης έχει ορισμένη θέση και βέβαια δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από το 9. Προσέχουμε λοιπόν στη σύνθεση αριθμών ειδικά σε περιπτώσεις όπως τις παρακάτω:

α) $4MX\ 2\Delta \rightarrow 4.020$

(Εδώ λείπουν τα ψηφία κάποιων τάξεων, δηλ. των E και των M . Αυτό σημαίνει ότι στη θέση τους βάζουμε το 0.)

β) $8MX\ 2\Delta X \rightarrow 28.000$

(Εδώ, εκτός του ότι λείπουν τα ψηφία κάποιων τάξεων, δηλ. των E , Δ , M , πρέπει να προσέξουμε ότι θα γράψουμε πρώτο το ψηφίο των ΔX δηλ. το 2 και όχι το 8.)

γ) $7MX\ 24E\ 5\Delta\ 6M \rightarrow 9.456$

(Εδώ οι E είναι περισσότερες από 9. Έτσι, στη θέση των E θα γράψουμε μόνο το 4. Οι υπόλοιπες 20 E σχηματίζουν 2 MX και θα τις προσθέσουμε στις 7 MX που έχουμε.)

✓ Όταν συνθέτουμε αριθμούς, με τον παραπάνω τρόπο, είναι ευκολότερο να ξεκινάμε από τις μονάδες και να προχωράμε προς τα αριστερά.



✓ Ένας άλλος τρόπος για τη σύνθεση των αριθμών είναι να μετατρέπουμε ό,τι μας δίνεται σε απλές μονάδες (M) και μετά να τις προσθέτουμε.

Έτσι, τα προηγούμενα παραδείγματα θα γίνουν ως εξής:

α) $4MX \ 2\Delta$ $\rightarrow 4 \cdot 1.000 + 2 \cdot 10 = 4.000 + 20 = \underline{4.020}$

β) $8MX \ 2\Delta X$ $\rightarrow 8 \cdot 1.000 + 2 \cdot 10.000 = 8.000 + 20.000 = \underline{28.000}$

γ) $7MX \ 24E \ 5\Delta \ 6M$ $\rightarrow 7 \cdot 1.000 + 24 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 6 =$
 $7.000 + 2.400 + 50 + 6 = \underline{9.456}$

Πώς συγκρίνονται οι πολυψήφιοι



Μεταξύ δύο αριθμών που έχουν διαφορετικό πλήθος ψηφίων μεγαλύτερος είναι αυτός που έχει τα περισσότερα ψηφία.

Π.χ.
 $10.000 > 9.999$
(ΠΕΝΤΑΨΗΦΙΟΣ) (ΤΕΤΡΑΨΗΦΙΟΣ)

Μεταξύ δύο αριθμών με το ίδιο πλήθος ψηφίων:

- Συγκρίνουμε πρώτα τα ψηφία της μεγαλύτερης τάξης τους.
- Αν είναι ίδια, προχωράμε στην αμέσως μικρότερη τάξη.
- Συνεχίζουμε μέχρι να βρούμε ψηφία της ίδιας τάξης που να είναι διαφορετικά.
- Ο αριθμός με το μεγαλύτερο ψηφίο σε αυτήν την τάξη είναι και ο μεγαλύτερος.

Π.χ.
 $32.819 < 32.918$ επειδή
Τα ψηφία στις ΔΧ είναι ίδια. ($3 = 3$)
Τα ψηφία στις ΜΧ είναι ίδια. ($2 = 2$)
Τα ψηφία στις Ε είναι διαφορετικά. ($8 < 9$)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ποιος αριθμός είναι:

- ο μικρότερος τετραψήφιος → _____
- ο μεγαλύτερος τετραψήφιος → _____
- ο μικρότερος μονός τετραψήφιος → _____
- ο μεγαλύτερος ζυγός τετραψήφιος → _____
- ο μικρότερος πενταψήφιος → _____
- ο μεγαλύτερος πενταψήφιος → _____
- ο μικρότερος μονός πενταψήφιος → _____
- ο μεγαλύτερος ζυγός πενταψήφιος → _____
- ο μικρότερος εξαψήφιος → _____

2. Αφού βάλεις τη διαχωριστική τελεία στη σωστή θέση, να γράψεις με λέξεις πώς διαβάζονται αριθμοί:

- 4100 → _____
- 5555 → _____
- 7290 → _____
- 6904 → _____
- 2009 → _____
- 48080 → _____
- 29013 → _____
- 90400 → _____

3. Να γράψεις με αριθμητικά ψηφία τους αριθμούς:

τρεις χιλιάδες τριακόσια τριάντα → _____
 εξήντα χιλιάδες εξακόσια έξι → _____
 δέκα χιλιάδες δώδεκα → _____
 ογδόντα χιλιάδες επτά → _____
 εννέα χιλιάδες τριάντα → _____
 πενήντα δύο χιλιάδες εξακόσια έξι → _____
 δεκαοκτώ χιλιάδες διακόσια σαράντα δύο → _____
 ενενήντα μία χιλιάδες επτακόσια ένα → _____

4. Να γράψεις έναν αριθμό που βρίσκεται ανάμεσα στους αριθμούς για καθένα από τα παρακάτω ζευγάρια:

1.957 _____ 2.100 33.458 _____ 33.460
 6.000 _____ 6.010 45.791 _____ 46.791

5. Να γράψεις τον προηγούμενο και τον επόμενο για καθέναν από τους παρακάτω αριθμούς:

_____ 2.000 _____ _____ 44.001 _____
 _____ 1.900 _____ _____ 58.710 _____
 _____ 31.000 _____ _____ 99.999 _____

6. Να συμπληρώσεις τον σωστό αριθμό στα παρακάτω:

Ο αριθμός 32.999 είναι ο προηγούμενος αριθμός του _____ .

Ο αριθμός 3.200 είναι ο επόμενος αριθμός του _____ .

7. Να γράψεις τους αριθμούς που είναι μικρότεροι από το 12.705 και μεγαλύτεροι από το 12.697.

8. Ποιος αριθμός είναι:

- α)** μεγαλύτερος από το 4.444 κατά 2 μονάδες χιλιάδων; _____
- β)** μεγαλύτερος από το 4.444 κατά 2 δεκάδες; _____
- γ)** μικρότερος από το 4.444 κατά 2 μονάδες; _____
- δ)** μικρότερος από το 4.444 κατά 2 εκατοντάδες; _____

9. Να γράψεις όλους τους αριθμούς από το 2.500 μέχρι το 2.600 που ένα τουλάχιστον ψηφίο τους είναι το 7.

10. Να γράψεις τον αριθμό που σχηματίζεται, αν οι μονάδες συμπληρωθούν και έχουμε «στρογγυλή» δεκάδα, εκατοντάδα, χιλιάδα αντίστοιχα για τους παρακάτω αριθμούς:

3.446 → _____ , 4.792 → _____ , 12.995 → _____

11. Πόσες φορές μεγαλύτερη είναι η αξία του υπογραμμισμένου ψηφίου σε σχέση με το έντονα γραμμένο στους παρακάτω αριθμούς:

1.611 → _____ φορές 5.650 → _____ φορές

34.635 → _____ φορές 49.064 → _____ φορές

12. Πόσες φορές μικρότερη είναι η αξία του υπογραμμισμένου ψηφίου σε σχέση με το έντονα γραμμένο στους παρακάτω αριθμούς:

2.321 → _____ φορές 8.658 → _____ φορές

14.931 → _____ φορές 50.774 → _____ φορές

13. Ποιος είναι ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος πενταψήφιος που σχηματίζεται με τα ψηφία 0, 5, 1, 7, 9;

14. Να κυκλώσεις από τους παρακάτω αριθμούς αυτούς που το ψηφίο 3 έχει τη μεγαλύτερη αξία:

98.437 3.608 65.315 13.000

15. Να κυκλώσεις από τους παρακάτω αριθμούς αυτούς που το ψηφίο 1 έχει τη μικρότερη αξία:

10.000 95.013 41.455 7.010

16. Να αναλύσεις τους παρακάτω αριθμούς, γράφοντας την τάξη που φανερώνουν τα ψηφία τους:

9.469 → _____ 4.501 → _____

6.060 → _____ 54.000 → _____

30.300 → _____ 28.572 → _____

17. Να αναλύσεις τους παρακάτω αριθμούς σύμφωνα με το δεκαδικό ανάπτυγμα, ώστε να φαίνονται οι μονάδες που φανερώνει το κάθε ψηφίο τους:

$$3.567 \rightarrow \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad}$$

$$5.101 \rightarrow \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad}$$

$$7.670 \rightarrow \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad}$$

$$8.400 \rightarrow \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad}$$

$$93.567 \rightarrow \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad}$$

$$40.284 \rightarrow \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad}$$

$$65.000 \rightarrow \underline{\quad\quad\quad} + \underline{\quad\quad\quad}$$

18. Να βάλεις Σ για κάθε σωστό από τα παρακάτω:

$$70E = 700M \quad \underline{\quad\quad}$$

$$600\Delta = 60E \quad \underline{\quad\quad}$$

$$8.140M = 8MX \text{ και } 140M \quad \underline{\quad\quad}$$

$$10.000M = 1.000\Delta \quad \underline{\quad\quad}$$

$$1MX = 10\Delta X \quad \underline{\quad\quad}$$

19. Να βάλεις το κατάλληλο σύμβολο ανισότητας ($<$, $>$) στα παρακάτω ζευγάρια αριθμών:

$$14.000 \quad \underline{\quad} \quad 4.100 \qquad 2.900 \quad \underline{\quad} \quad 3.000 \qquad 1.209 \quad \underline{\quad} \quad 1.290$$

$$8.888 \quad \underline{\quad} \quad 77.777 \qquad 52.186 \quad \underline{\quad} \quad 52.168 \qquad 63.897 \quad \underline{\quad} \quad 64.897$$

20. Ποιος αριθμός έχει:

3ΜΧ 7Ε 5Δ 8Μ	→	_____
2ΜΧ 4Ε 8Δ 6Μ	→	_____
3ΔΧ 3Μ	→	_____
9ΔΧ 2ΜΧ	→	_____
1ΔΧ 4ΜΧ 2Δ	→	_____
6ΜΧ 9Ε 1Μ 1Δ	→	_____
2ΔΧ 8ΜΧ 3Ε 7Δ 5Μ	→	_____
5ΔΧ 5Ε 8Δ 4Μ	→	_____
4ΔΧ 5ΜΧ 1Ε 6Δ	→	_____
1ΔΧ 4Ε 5Μ	→	_____
3ΜΧ 7Ε 5Δ 18Μ	→	_____
2ΜΧ 4Ε 18Δ 6Μ	→	_____
6ΜΧ 9Ε 19Δ 10Μ	→	_____
2ΜΧ 17Δ 15Μ	→	_____
9ΜΧ 15Ε 8Δ 19Μ	→	_____
4ΔΧ 5ΜΧ 13Ε 13Μ	→	_____
3ΔΧ 9ΜΧ 14Ε 32Δ 25Μ	→	_____

21. Να κυκλώσεις όσους από τους παρακάτω αριθμούς είναι μικρότεροι από το 3.556:

3.546, 3.573, 3.539, 3.512, 3.593, 3.574, 3.506

22. Να κυκλώσεις όσους από τους παρακάτω αριθμούς είναι μεγαλύτεροι από το 12.075:

12.057, 12.074, 12.090, 12.079, 12.018, 12.005, 12.100

23. Να κυκλώσεις όσους από τους παρακάτω αριθμούς είναι μεταξύ του 6.250 και του 6.500:

6.118, 6.333, 6.053, 6.259, 6.452, 6.440, 6.791

24. Να βάλεις σε αύξουσα σειρά (από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο) τους αριθμούς:

83.652, 23.658, 82.356, 65.832, 62.583, 26.358

25. Να βάλεις σε φθίνουσα σειρά (από τον μεγαλύτερο στον μικρότερο) τους αριθμούς:

4.658, 8.564, 5.864, 8.465, 4.568, 5.846

26. Να γράψεις όλους τους τετραψήφιους που είναι ζυγοί, το ψηφίο των μονάδων είναι ίδιο με το ψηφίο των μονάδων χιλιάδων και το υπόλοιπα ψηφία είναι μηδέν.

27. Να γράψεις όλους τους πενταψήφιους που το ψηφίο των εκατοντάδων, των δεκάδων και των μονάδων είναι ο μικρότερος μονός αριθμός, ενώ τα υπόλοιπα ψηφία είναι ίσα μεταξύ τους.

28. Ποιοι είναι οι τετραψήφιοι αριθμοί που η αξία τους δε μεταβάλλεται, όταν εναλλάξεις το ψηφίο των μονάδων χιλιάδων με το ψηφίο των μονάδων και τα υπόλοιπα ψηφία είναι μηδενικά;

29. Να γράψεις τρεις τετραψήφιους αριθμούς που μεγαλώνουν, όταν εναλλάξεις το ψηφίο των μονάδων με το ψηφίο των μονάδων χιλιάδων.

_____ < _____ , _____ < _____ , _____ < _____

30. Να γράψεις τρεις πενταψήφιους αριθμούς που μικραίνουν, όταν εναλλάξεις το ψηφίο των μονάδων με το ψηφίο των δεκάδων χιλιάδων.

_____ > _____ , _____ > _____ , _____ > _____

31. Να κυκλώσεις από τους παρακάτω αριθμούς αυτόν που είναι «πιο κοντά» στο 14.920:

14.935 14.910

32. Ποιοι αριθμοί της δεύτερης χιλιάδας «τελειώνουν σε 01»;

33. Να βρεθεί ο πενταψήφιος αριθμός που έχει:

- α)** στις Ε το ψηφίο που αντιστοιχεί στις ημέρες της εβδομάδας,
- β)** στις ΔΧ το ψηφίο που αντιστοιχεί στους μήνες που αρχίζουν από Ι,
- γ)** στις ΜΧ το μισό του αθροίσματος των ψηφίων των Ε και των ΔΧ,
- δ)** στην τάξη με τη μικρότερη αξία το μεγαλύτερο μονοψήφιο ζυγό ψηφίο,
- ε)** το άθροισμα όλων των ψηφίων του 25.

Η ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΜΕΧΡΙ ΤΟ 100.000

Νοερές προσθέσεις



Θυμήσου:

- ✓ **Προσθετέοι** είναι οι δύο ή περισσότεροι αριθμοί που θα προσθέσουμε.
- ✓ **Άθροισμα** είναι το αποτέλεσμα της πρόσθεσης.

π.χ.

$$\begin{array}{ccccccc} 567 & + & 1 & + & 999 & = & 1.567 \\ \text{προσθετέος} & & \text{προσθετέος} & & \text{προσθετέος} & & \text{άθροισμα} \end{array}$$

- ✓ Στην πρόσθεση μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά των αριθμών. Αυτό πολλές φορές μας διευκολύνει να υπολογίζουμε ευκολότερα το αποτέλεσμα.

π.χ.

Στην παραπάνω πρόσθεση θα προσθέσουμε πρώτα $999 + 1 = 1.000$, που μας δίνει «στρογγυλό» αριθμό, ώστε πολύ εύκολα στη συνέχεια να υπολογίσουμε το $1.000 + 567 = 1.567$.

- ✓ Προσθέτουμε μόνο ομοειδή (ίδια) ποσά. Έτσι, προσθέτουμε ψηφία μόνο της ίδιας τάξης (δηλαδή μονάδες με μονάδες, δεκάδες με δεκάδες, εκατοντάδες με εκατοντάδες, χιλιάδες με χιλιάδες κτλ.).



✓ Οι νοερές προσθέσεις γίνονται με δικούς τους τρόπους. Δεν ξεκινάμε, όπως στις κάθετες, από τις μονάδες και κρατώντας τα κρατούμενα να συνεχίζουμε προς τα αριστερά των αριθμών.

Δεν είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε να κάνουμε νοερά όλες τις προσθέσεις. Τα παρακάτω παραδείγματα είναι από περιπτώσεις προσθέσεων που πρέπει απαραίτητα να γνωρίζουμε. Σε κάποιες δίνονται οδηγίες, που ίσως διευκολύνουν τη σκέψη μας. Αν δίνονται δύο τρόποι, επιλέγουμε αυτόν που μας φαίνεται ευκολότερος.

α) Όπως $3 + 2 = 5$, έτσι και

$$30 + 20 = 50$$

$$(3\Delta + 2\Delta = 5\Delta)$$

$$300 + 200 = 500$$

$$(3E + 2E = 5E)$$

$$3.000 + 2.000 = 5.000$$

$$(3X + 2X = 5X)$$

$$30.000 + 20.000 = 50.000$$

$$(30X + 20X = 50X)$$

$$13.000 + 12.000 = 25.000$$

$$(13X + 12X = 25X)$$

παρόμοια

$$700 + 400 = 1.100$$

$$(7 + 4 = 11 \leftarrow 00)$$

*

$$300 \quad 100$$



β) $700 + 400 = 700 + 300 + 100 = 1.000 + 100 = 1.100$

(Ο μεγαλύτερος από τους δύο αριθμούς, δηλαδή το 700, χρειάζεται 300 ακόμα, για να συμπληρωθεί μία χιλιάδα. Έτσι, διασπάμε τον μικρότερο, δηλαδή το 400, σε δύο κατάλληλα κομμάτια, το 300 και το 100.)

παρόμοια

$$\begin{array}{r}
 300 \quad 100 \\
 \vee \\
 1.700 + 400 = 1.700 + 300 + 100 = 2.000 + 100 = 2.100
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5 \quad 1 \\
 \vee \\
 1.995 + 6 = 1.995 + 5 + 1 = 2.000 + 1 = 2.001
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 10 \quad 50 \\
 \vee \\
 1.990 + 60 = 1.990 + 10 + 50 = 2.000 + 50 = 2.050
 \end{array}$$

*

γ) $5.123 + 2.456 =$

$$\begin{aligned}
 &(5.000 + 100 + 20 + 3) + (2.000 + 400 + 50 + 6) = \\
 &(5.000 + 2.000) + (100 + 400) + (20 + 50) + (3 + 6) = \\
 &7.000 + 500 + 70 + 9 = \\
 &7.579
 \end{aligned}$$

(Αναλύουμε τους προσθετέους. Προσθέτουμε χωριστά τους αριθμούς που προκύπτουν. Προσθέτουμε τα αθροίσματα.)

✓ Μπορούμε να υπολογίσουμε το προηγούμενο αποτέλεσμα και με άλλον, συντομότερο τρόπο, μόνο όταν δεν υπάρχουν κρατούμενα.

π.χ.

$$\begin{aligned}
 &5.123 + 2.456 = 7.579 \\
 &\text{επειδή} \quad (5 + 2 = \mathbf{7} \quad 1 + 4 = \mathbf{5} \quad 2 + 5 = \mathbf{7} \quad 3 + 6 = \mathbf{9})
 \end{aligned}$$

(Δεν ξεκινάμε όπως στις κάθετες προσθέσεις από τις μονάδες, αλλά από αριστερά. Προσθέτουμε τις χιλιάδες με τις χιλιάδες, τις εκατοντάδες με τις εκατοντάδες, τις δεκάδες με τις δεκάδες, τις μονάδες με τις μονάδες.)

*

δ) $1.400 + 36 + 600 + 3 = (1.400 + 600) + (36 + 3) = 2.000 + 39 = 2.039$

(Προσθέτουμε πρώτα το 1.400 με το 600, που μας δίνουν το «στρογγυλό» άθροισμα 2.000 και μετά τα υπόλοιπα.)

*

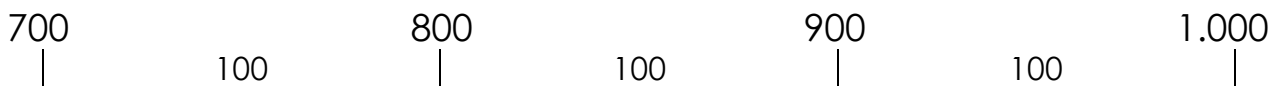
ε) $12.750 + 3.100 = 12.750 + 3.000 + 100 = 15.750 + 100 = 15.850$

(Αναλύουμε τον μικρότερο αριθμό και προσθέτουμε στον μεγαλύτερο, έναν έναν, τους αριθμούς που προέκυψαν.)

*

στ) $700 + \underline{\quad\quad} = 1.000$

(Λείπουν 300, επειδή ακολουθώντας την αριθμογραμμή είναι $100 + 100 + 100 = 300$ ως το 1.000)



*

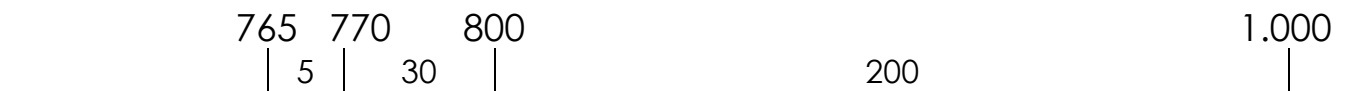
$$760 + \underline{\quad\quad} = 1.000$$

(Λείπουν 240, επειδή ακολουθώντας την αριθμογραμμή είναι 40 ως το 800 και 200 ως το 1.000, δηλαδή συνολικά $40 + 200 = 240$.)



$$765 + \underline{\quad\quad} = 1.000$$

(Λείπουν 235, επειδή ακολουθώντας την αριθμογραμμή είναι 5 ως το 770, 30 ως το 800 και 200 ως το 1.000, δηλαδή συνολικά $5 + 30 + 200 = 235$.)



παρόμοια

- $2.700 + \underline{\quad\quad} = 3.000$ (Λείπουν 300.)
- $2.760 + \underline{\quad\quad} = 3.000$ (Λείπουν 240.)
- $2.765 + \underline{\quad\quad} = 3.000$ (Λείπουν 235.)

Ανεβαίνουμε συμπληρώνοντας τη δεκάδα, μετά την εκατοντάδα, τη χιλιάδα κτλ. του αρχικού αριθμού (γνωστός προσθετέος) μέχρι να φτάσουμε τον αριθμό «στόχο» (άθροισμα). Στο τέλος προσθέτουμε όλα τα συμπληρώματα.

*

$$\zeta) 1.889 + 2 = 1.891$$

(επειδή $1.889 + 2 = 1.889 + 1 + 1 = 1.890 + 1 = 1.891$)

$$1.889 + 20 = 1.909$$

(επειδή $1.889 + 20 = 1.880 + 9 + 20 = 1.900 + 9 = 1.909$)

$$1.889 + 200 = 2.089$$

(επειδή $1.889 + 200 = 1.800 + 89 + 200 = 2.000 + 89 = 2.089$)

*

$$\eta) 2.591 + 3.999 = 2.591 + 4.000 - 1 = 6.591 - 1 = 6.590$$

$$2.591 + 3.990 = 2.591 + 4.000 - 10 = 6.591 - 10 = 6.581$$

$$2.591 + 3.900 = 2.591 + 4.000 - 100 = 6.591 - 100 = 6.491$$

$$897 + 25 = 900 + 25 - 3 = 925 - 3 = 922$$

$$897 + 98 = 900 + 100 - (3 + 2) = 1.000 - 5 = 995$$

(Αν κάποιος ή κάποιοι προσθετέοι «πλησιάζουν» σε «στρογγυλή» δεκάδα, εκατοντάδα, χιλιάδα κτλ., τους συμπληρώνουμε με ό,τι λείπει, για να προσθέσουμε «στρογγυλούς» αριθμούς, αλλά δεν ξεχνάμε στο τέλος να αφαιρέσουμε τα συμπληρώματα.)



«Κάθετες» γραπτές προσθέσεις

Θυμήσου:

- α)** Τοποθετούμε τους αριθμούς έτσι, ώστε τα ψηφία της ίδιας τάξης να είναι στην ίδια στήλη.
- β)** Προτιμάμε να τοποθετούμε τους αριθμούς με τα περισσότερα ψηφία πιο πάνω από τους άλλους.
- γ)** Η ανάγνωση των ψηφίων ξεκινάει από κάτω προς τα πάνω.
- δ)** Δεν ξεχνάμε να προσθέτουμε αμέσως το κρατούμενο, αν υπάρχει.

Π.χ.

$$53 + 465 + 1.897 =$$

1.897 ← **προσθετέος** • 3 και 5...8 και 7 ... 15

465 ← **προσθετέος** • Γράφουμε το 5 και κρατάμε 1.

+ 53 ← **προσθετέος** • 1 το κρατούμενο και 5 ... 6 και 6 ... 12 και 9 ... 21

2.415 ← **άθροισμα** • Γράφουμε το 1 και κρατάμε 2.

• 2 το κρατούμενο και 4 ... 6 και 8 ... 14

• Γράφουμε το 4 και κρατάμε 1.

• 1 το κρατούμενο και 1 ... 2

Επαλήθευση πρόσθεσης

Αλλάζουμε τη σειρά των αριθμών, προσθέτουμε και ελέγχουμε αν βρήκαμε το ίδιο αποτέλεσμα.

ή

Αν έχουμε δύο προσθετέους, αφαιρούμε από το άθροισμα τον έναν προσθετέο και ελέγχουμε αν βρήκαμε ως αποτέλεσμα τον άλλον.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να εκτελέσεις νοερά τις προσθέσεις:

$2.000 + 4.000 = \underline{\hspace{2cm}}$

$50.000 + 30.000 = \underline{\hspace{2cm}}$

$7.000 + 3.000 = \underline{\hspace{2cm}}$

$60.000 + 40.000 = \underline{\hspace{2cm}}$

$6.000 + 5.000 = \underline{\hspace{2cm}}$

$45.000 + 25.000 = \underline{\hspace{2cm}}$

$32.000 + 23.000 = \underline{\hspace{2cm}}$

$77.000 + 14.000 = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Να εκτελέσεις νοερά τις προσθέσεις:

$700 + 400 = \underline{\hspace{2cm}}$

$1.700 + 300 = \underline{\hspace{2cm}}$

$500 + 800 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3.500 + 800 = \underline{\hspace{2cm}}$

$200 + 900 = \underline{\hspace{2cm}}$

$4.200 + 900 = \underline{\hspace{2cm}}$

$600 + 600 = \underline{\hspace{2cm}}$

$5.600 + 600 = \underline{\hspace{2cm}}$

$900 + 300 = \underline{\hspace{2cm}}$

$6.900 + 300 = \underline{\hspace{2cm}}$

3. Να εκτελέσεις νοερά τις προσθέσεις:

$4.899 + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3.380 + 90 = \underline{\hspace{2cm}}$

$2.695 + 7 = \underline{\hspace{2cm}}$

$6.140 + 70 = \underline{\hspace{2cm}}$

$1.998 + 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$7.950 + 80 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3.992 + 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

$4.980 + 50 = \underline{\hspace{2cm}}$

4. Να εκτελέσεις νοερά τις πράξεις:

$4.000 + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3.003 + 995 = \underline{\hspace{2cm}}$

$2.000 + 70 = \underline{\hspace{2cm}}$

$6.146 + 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$1.000 + 284 = \underline{\hspace{2cm}}$

$7.251 + 48 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3.302 + 7 = \underline{\hspace{2cm}}$

$4.181 + 5.817 = \underline{\hspace{2cm}}$

$6.104 + 25 = \underline{\hspace{2cm}}$

$12.520 + 76.006 = \underline{\hspace{2cm}}$

5. Να εκτελέσεις νοερά τις πράξεις:

$4.600 + 1.400 = \underline{\hspace{2cm}}$

$83.005 + 995 = \underline{\hspace{2cm}}$

$2.900 + 8.200 = \underline{\hspace{2cm}}$

$61.460 + 35.540 = \underline{\hspace{2cm}}$

$1.900 + 2.800 = \underline{\hspace{2cm}}$

$72.500 + 18.500 = \underline{\hspace{2cm}}$

$33.200 + 15.700 = \underline{\hspace{2cm}}$

$14.800 + 5.800 = \underline{\hspace{2cm}}$

$61.400 + 25.600 = \underline{\hspace{2cm}}$

$20.500 + 70.700 = \underline{\hspace{2cm}}$

6. Να μεγαλώσεις τους παρακάτω αριθμούς:

	κατά 1	κατά 10	κατά 100	κατά 1000
9.186	_____	_____	_____	_____
21.440	_____	_____	_____	_____
43.809	_____	_____	_____	_____
79.900	_____	_____	_____	_____
66.599	_____	_____	_____	_____

7. Να εκτελέσεις νοερά τις προσθέσεις:

2.000	+	1.500	+	500	=	_____		
6.000	+	1.700	+	1.300	=	_____		
4.000	+	508	+	1.002	=	_____		
8.000	+	1.250	+	750	=	_____		
5.950	+	6.000	+	50	=	_____		
9.990	+	345	+	2.010	=	_____		
3.000	+	900	+	900	+	200	=	_____
1.000	+	1.700	+	300	+	39.000	=	_____
350	+	75	+	325	+	2.700	=	_____
230	+	9.100	+	900	+	70	=	_____

8. Να συμπληρώσεις τα παρακάτω:

$6.000 + \underline{\quad\quad\quad} = 10.000$

$\underline{\quad\quad\quad} + 13.960 = 14.000$

$1.800 + \underline{\quad\quad\quad} = 2.000$

$\underline{\quad\quad\quad} + 391 = 1.000$

$720 + \underline{\quad\quad\quad} = 1.000$

$\underline{\quad\quad\quad} + 8.595 = 8.700$

$5.150 + \underline{\quad\quad\quad} = 5.500$

$\underline{\quad\quad\quad} + 9.934 = 10.000$

9. Να ανεβείς 2.500 – 2.500 από το 10.000 ως το 30.000.

10. Να συμπληρώσεις τις παρακάτω σειρές:

2.800, 3.000, _____, _____, _____, _____, _____, 4.200

1.000, 2.500, _____, _____, _____, _____, 10.000

11. Να εκτελέσεις νοερά τις πράξεις:

$3.284 + 9 = \underline{\quad\quad\quad}$

$6.978 + 3 = \underline{\quad\quad\quad}$

$3.284 + 90 = \underline{\quad\quad\quad}$

$6.978 + 30 = \underline{\quad\quad\quad}$

$3.284 + 900 = \underline{\quad\quad\quad}$

$6.978 + 300 = \underline{\quad\quad\quad}$

$1.727 + 1.999 = \underline{\quad\quad\quad}$

$2.456 + 199 = \underline{\quad\quad\quad}$

$1.727 + 1.980 = \underline{\quad\quad\quad}$

$2.456 + 180 = \underline{\quad\quad\quad}$

$1.727 + 1.900 = \underline{\quad\quad\quad}$

$2.456 + 395 = \underline{\quad\quad\quad}$

12. Να συμπληρώσεις τα ψηφία που λείπουν:

$$\begin{array}{r}
 6 \quad \underline{\quad} \quad 9 \quad \underline{\quad} \\
 + \quad 8 \quad \underline{\quad} \quad 2 \\
 \hline
 \underline{\quad} \quad 8 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4 \quad \underline{\quad} \quad 9 \quad \underline{\quad} \quad 7 \\
 + \quad \underline{\quad} \quad 5 \quad 1 \quad 3 \quad \underline{\quad} \\
 \hline
 7 \quad 5 \quad \underline{\quad} \quad 2 \quad 9
 \end{array}$$

Η ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΜΕΧΡΙ ΤΟ 100.000

Νοερές αφαιρέσεις



Θυμήσου:

- ✓ **Μειωτέος** είναι ο αριθμός που μειώνεται (ελαττώνεται, λιγοστεύει). Είναι ο μεγαλύτερος και τον γράφουμε πρώτο.
- ✓ **Αφαιρετέος** είναι ο αριθμός που δείχνει πόσα θα αφαιρέσουμε από τον μειωτέο. Είναι μικρότερός του και τον γράφουμε δεύτερο.
- ✓ **Υπόλοιπο ή διαφορά** είναι ο αριθμός που δείχνει το αποτέλεσμα της αφαίρεσης.

π.χ.

$$\begin{array}{rcccccc} 10.000 & & - & & 100 & & = & & 9.900 \\ \text{μειωτέος} & & & & \text{αφαιρετέος} & & & & \text{υπόλοιπο ή} \\ & & & & & & & & \text{διαφορά} \end{array}$$

- ✓ Στην αφαίρεση δεν μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά των αριθμών, όπως κάναμε για τη διευκόλυνσή μας στην πρόσθεση.
- ✓ Αφαιρούμε μόνο ομοειδή (ίδια) ποσά. Έτσι, αφαιρούμε ψηφία μόνο της ίδιας τάξης (δηλαδή μονάδες από μονάδες, δεκάδες από δεκάδες, εκατοντάδες από εκατοντάδες, χιλιάδες από χιλιάδες κτλ.).

✓ Οι νοερές αφαιρέσεις γίνονται με δικούς τους τρόπους. Δεν ξεκινάμε, όπως στις κάθετες, από τις μονάδες και κρατώντας τα δανεικά να συνεχίζουμε προς τα αριστερά των αριθμών.

Δεν είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε να κάνουμε νοερά όλες τις αφαιρέσεις. Τα παρακάτω παραδείγματα είναι από περιπτώσεις αφαιρέσεων που πρέπει απαραίτητα να γνωρίζουμε. Σε κάποιες δίνονται οδηγίες, που ίσως διευκολύνουν τη σκέψη μας. Αν δίνονται δύο τρόποι, επιλέγουμε αυτόν που μας φαίνεται ευκολότερος.

α) Όπως $3 - 2 = 1$, έτσι και

$30 - 20 = 10$	$(3\Delta - 2\Delta = 1\Delta)$
$300 - 200 = 100$	$(3E - 2E = 1E)$
$3.000 - 2.000 = 1.000$	$(3X - 2X = 1X)$
$30.000 - 20.000 = 10.000$	$(30X - 20X = 10X)$
$23.000 - 12.000 = 11.000$	$(23X - 12X = 11X)$
$23.000 - 4.000 = 19.000$	$(23X - 4X = 19X)$
παρόμοια	
$1.000 - 300 = 700$	$(10 - 3 = 7 \leftarrow 00)$
$2.000 - 300 = 1.700$	$(20 - 3 = 17 \leftarrow 00)$
$2.100 - 300 = 1.800$	$(21 - 3 = 18 \leftarrow 00)$

*

100 300

β) $1.100 - 400 = 1.100 - 100 - 300 = 1.000 - 300 = 700$

(Διασπάμε τον αφαιρετέο, δηλαδή το 400, σε δύο κατάλληλα κομμάτια, το 100 και το 300. Προσέχουμε ώστε το ένα από τα δύο, όταν αφαιρεθεί, να μας δίνει «στρογγυλή» χιλιάδα.)

παρόμοια

100 300



- $2.100 - 400 = 2.100 - 100 - 300 = 2.000 - 300 = 1.700$

5 1



- $2.005 - 6 = 2.005 - 5 - 1 = 2.000 - 1 = 1.999$

50 10



- $2.050 - 60 = 2.050 - 50 - 10 = 2.000 - 10 = 1.990$

*

γ) $5.456 - 2.123 =$

$(5.000 + 400 + 50 + 6) - (2.000 + 100 + 20 + 3) =$

$(5.000 - 2.000) + (400 - 100) + (50 - 20) + (6 - 3) =$

$3.000 + 300 + 30 + 3 =$

3.333

(Αναλύουμε τους αριθμούς. Αφαιρούμε χωριστά τους αριθμούς που προκύπτουν. Προσθέτουμε τα αποτελέσματα.)

✓ Μπορούμε να υπολογίσουμε το προηγούμενο αποτέλεσμα και με άλλο συντομότερο τρόπο, μόνο όταν δεν υπάρχουν δανεικά.

π.χ.

$5.456 - 2.123 = 3.333$

επειδή $(5 - 2 = 3 \quad 4 - 1 = 3 \quad 5 - 2 = 3 \quad 6 - 3 = 3)$

(Δεν ξεκινάμε όπως στις κάθετες αφαιρέσεις από τις μονάδες, αλλά από αριστερά. Αφαιρούμε τις χιλιάδες από τις χιλιάδες, τις εκατοντάδες από τις εκατοντάδες, τις δεκάδες από τις δεκάδες, τις μονάδες από τις μονάδες.)

*

δ) $12.750 - 3.100 = 12.750 - 3.000 - 100 = 9.750 - 100 = 9.650$

(Αναλύουμε τον αφαιρετέο και αφαιρούμε από τον μειωτέο, έναν έναν, τους αριθμούς που προέκυψαν.)

*

ε) _____ - 3.000 = 15.000

(Λείπουν 18.000, επειδή $3.000 + 15.000 = 18.000$)

Ο άγνωστος μειωτέος αποτελείται από δύο κομμάτια: αυτό που του αφαιρούμε (αφαιρετέος) και αυτό που μένει (υπόλοιπο). Αν λοιπόν τα ενώσουμε, (προσθέσουμε) θα βρούμε τον μειωτέο. Σε αυτήν τη λογική στηρίζεται και η επαλήθευση της αφαίρεσης, που θα δούμε παρακάτω.

*

στ) $7.000 - \text{_____} = 1.800$

(Ο αφαιρετέος είναι 5.200, επειδή ακολουθώντας την αριθμογραμμή είναι 200 ως το 2.000 και 5.000 ως το 7.000. Δηλαδή συνολικά είναι $200 + 5.000 = 5.200$)



$7.400 - \text{_____} = 1.800$

(Ο αφαιρετέος είναι 5.600, επειδή ακολουθώντας την αριθμογραμμή είναι 200 ως το 2.000, 5.000 ως το 7.000 και 400 ως το 7.400. Δηλαδή συνολικά είναι $200 + 5.000 + 400 = 5.600$)



Ανεβαίνουμε συμπληρώνοντας τη δεκάδα, μετά την εκατοντάδα, τη χιλιάδα κτλ. του αφαιρετέου μέχρι να φτάσουμε τον μειωτέο. Στο τέλος προσθέτουμε όλα τα συμπληρώματα.

*

$$\zeta) 1.881 - 6 = 1.875$$

1 5



(επειδή $1.881 - 6 = 1.881 - 1 - 5 = 1.880 - 5 = 1.875$)

*

2 100



$$\eta) 857 - 98 = 857 - 100 + 2 = 757 + 2 = 759$$

20 2.000



$$4.857 - 1.980 = 4.857 - 2.000 + 20 = 2.857 + 20 = 2.877$$

(Αν ο αφαιρετέος «πλησιάζει» σε «στρογγυλή» δεκάδα, εκατοντάδα, χιλιάδα κτλ., τον συμπληρώνουμε με ό,τι λείπει, για να αφαιρέσουμε «στρογγυλό» αριθμό. Όμως, δεν ξεχνάμε στο τέλος να προσθέσουμε το συμπλήρωμα.)

«Κάθετες» γραπτές αφαιρέσεις



Θυμήσου:

- α)** Τοποθετούμε τους αριθμούς έτσι, ώστε τα ψηφία της ίδιας τάξης να είναι στην ίδια στήλη.
- β)** Η ανάγνωση των ψηφίων ξεκινάει από κάτω προς τα πάνω.
- γ)** Δεν ξεχνάμε να προσθέτουμε αμέσως τα δανεικά, αν υπάρχουν.

π.χ.

$$\begin{array}{r} 41.900 \\ - 16.400 \\ \hline 25.500 \end{array}$$

- 0 από 0 ... 0
- Γράφουμε το 0.
- 0 από 0 ... 0
- Γράφουμε το 0.
- 4 από 9 ... 5
- Γράφουμε το 5.
- 6 από 1 δεν αφαιρείται
- 6 από 11 ... 5
- Γράφουμε το 5.
- 1 το δανεικό και 1 ... 2
- 2 από 4 ... 2

Επαλήθευση αφαίρεσης

Προσθέτουμε το υπόλοιπο με τον αφαιρετέο και ελέγχουμε αν βρήκαμε τον μειωτέο.

π.χ.

$$\begin{array}{r} 25.500 \\ + 16.400 \\ \hline 41.900 \end{array}$$

Κάνουμε πρόσθεση, που είναι η αντίστροφη πράξη της αφαίρεσης.

Υπάρχουν και άλλοι τρόποι επαλήθευσης. Ας συμφωνήσουμε, όμως, να χρησιμοποιούμε αυτόν που είναι ευκολότερος, για να τον θυμόμαστε.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να εκτελέσεις νοερά τις αφαιρέσεις:

$5.000 - 2.000 = \underline{\quad}$

$10.000 - 9.000 = \underline{\quad}$

$18.000 - 4.000 = \underline{\quad}$

$50.000 - 3.000 = \underline{\quad}$

$21.000 - 10.000 = \underline{\quad}$

$60.000 - 4.000 = \underline{\quad}$

$87.000 - 30.000 = \underline{\quad}$

$93.000 - 14.000 = \underline{\quad}$

$66.000 - 25.000 = \underline{\quad}$

$45.000 - 26.000 = \underline{\quad}$

$32.000 - 31.000 = \underline{\quad}$

$77.000 - 18.000 = \underline{\quad}$

2. Να εκτελέσεις νοερά τις αφαιρέσεις:

$4.400 - 300 = \underline{\quad}$

$2.100 - 400 = \underline{\quad}$

$2.500 - 500 = \underline{\quad}$

$5.800 - 900 = \underline{\quad}$

$3.200 - 2.100 = \underline{\quad}$

$8.500 - 700 = \underline{\quad}$

$4.200 - 3.000 = \underline{\quad}$

$7.200 - 800 = \underline{\quad}$

$2.000 - 500 = \underline{\quad}$

$6.300 - 600 = \underline{\quad}$

$3.000 - 200 = \underline{\quad}$

$9.100 - 200 = \underline{\quad}$

3. Να εκτελέσεις νοερά τις αφαιρέσεις:

$4.398 - 5 = \underline{\quad}$

$1.350 - 150 = \underline{\quad}$

$8.427 - 7 = \underline{\quad}$

$8.640 - 530 = \underline{\quad}$

$5.008 - 8 = \underline{\quad}$

$9.770 - 660 = \underline{\quad}$

$6.425 - 10 = \underline{\quad}$

$8.283 - 100 = \underline{\quad}$

$2.040 - 40 = \underline{\quad}$

$4.958 - 420 = \underline{\quad}$

$1.584 - 81 = \underline{\quad}$

$5.367 - 161 = \underline{\quad}$

4. Να εκτελέσεις νοερά τις αφαιρέσεις:

$10.239 - 39 = \underline{\quad}$

$7.645 - 233 = \underline{\quad}$

$14.615 - 12 = \underline{\quad}$

$3.262 - 3.202 = \underline{\quad}$

$95.180 - 100 = \underline{\quad}$

$82.752 - 2.651 = \underline{\quad}$

$73.930 - 800 = \underline{\quad}$

$23.915 - 2.804 = \underline{\quad}$

$64.410 - 200 = \underline{\quad}$

$58.446 - 16.325 = \underline{\quad}$

5. Να εκτελέσεις νοερά τις αφαιρέσεις:

$1.110 - 8 = \underline{\quad}$

$5.240 - 7 = \underline{\quad}$

$3.650 - 2 = \underline{\quad}$

$4.300 - 5 = \underline{\quad}$

$4.100 - 1 = \underline{\quad}$

$3.000 - 3 = \underline{\quad}$

$5.000 - 6 = \underline{\quad}$

$10.600 - 9 = \underline{\quad}$

$55.000 - 2 = \underline{\quad}$

$80.000 - 7 = \underline{\quad}$

$76.414 - 7 = \underline{\quad}$

$42.318 - 9 = \underline{\quad}$

$27.651 - 6 = \underline{\quad}$

$18.185 - 8 = \underline{\quad}$

6. Να εκτελέσεις νοερά τις αφαιρέσεις:

$2.200 - 20 = \underline{\quad}$

$3.400 - 70 = \underline{\quad}$

$6.500 - 10 = \underline{\quad}$

$4.000 - 40 = \underline{\quad}$

$12.000 - 60 = \underline{\quad}$

$20.000 - 30 = \underline{\quad}$

$30.150 - 70 = \underline{\quad}$

$40.180 - 90 = \underline{\quad}$

7. Να εκτελέσεις νοερά τις πράξεις:

$5.320 - 140 = \underline{\quad}$

$7.450 - 270 = \underline{\quad}$

$8.680 - 490 = \underline{\quad}$

$16.400 - 150 = \underline{\quad}$

$10.510 - 320 = \underline{\quad}$

$9.000 - 800 = \underline{\quad}$

$16.000 - 3.600 = \underline{\quad}$

$10.000 - 500 = \underline{\quad}$

$38.100 - 200 = \underline{\quad}$

$23.200 - 1.300 = \underline{\quad}$

8. Να εκτελέσεις νοερά τις πράξεις:

$5.001 - 4 = \underline{\quad}$

$7.005 - 7 = \underline{\quad}$

$9.001 - 80 = \underline{\quad}$

$16.001 - 30 = \underline{\quad}$

9. Να εκτελέσεις νοερά τις πράξεις:

$5.317 - 99 = \underline{\hspace{2cm}}$

$9.087 - 2.900 = \underline{\hspace{2cm}}$

$7.451 - 180 = \underline{\hspace{2cm}}$

$6.110 - 3.800 = \underline{\hspace{2cm}}$

$12.764 - 198 = \underline{\hspace{2cm}}$

$98.548 - 1.999 = \underline{\hspace{2cm}}$

10. Να μικρύνεις τους παρακάτω αριθμούς:

	κατά 1	κατά 10	κατά 100	κατά 1000
9.484	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>
10.590	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>
43.303	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>
79.900	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>
66.201	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>	<u> </u>

11. Να συμπληρώσεις τα παρακάτω:

$3.000 - \underline{\hspace{2cm}} = 500 \qquad \underline{\hspace{2cm}} - 4 = 9.996$

$9.900 - \underline{\hspace{2cm}} = 2.200 \qquad \underline{\hspace{2cm}} - 70 = 8.830$

$85.000 - \underline{\hspace{2cm}} = 25.000 \qquad \underline{\hspace{2cm}} - 320 = 20.000$

$60.000 - \underline{\hspace{2cm}} = 59.800 \qquad \underline{\hspace{2cm}} - 1.000 = 2.604$

$100.000 - \underline{\hspace{2cm}} = 99.990 \qquad \underline{\hspace{2cm}} - 50.000 = 50.000$

12. Να κατεβείς 300 – 300 από το 9.000 ως το 6.000.

13. Να συμπληρώσεις τις παρακάτω σειρές:

4.000, 3.600, _____, _____, _____, _____, _____, 1.200

100.000, 85.000, _____, _____, _____, _____, _____, 10.000

14. Να συμπληρώσεις τα ψηφία που λείπουν:

$$\begin{array}{r}
 6 \quad _ \quad 9 \quad _ \\
 - \quad \quad 8 \quad _ \quad 2 \\
 \hline
 _ \quad 8 \quad 1 \quad 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7 \quad _ \quad 9 \quad _ \quad 7 \\
 - \quad _ \quad 5 \quad 1 \quad 3 \quad _ \\
 \hline
 4 \quad 5 \quad _ \quad 2 \quad 9
 \end{array}$$

15. Να βάλεις το σωστό σύμβολο (< , > , =) στα παρακάτω:

2.500 + 5.300 _____ 3.400 + 4.700

6.200 + 3.400 _____ 6.200 - 3.400

4.500 - 2.000 _____ 6.400 - 3.800

21.000 + 19.000 _____ 37.000 - 29.000

67.000 - 36.000 _____ 85.000 - 54.000

91.000 - 55.000 _____ 18.000 + 18.000

16. Να συμπληρώσεις τους αριθμούς που λείπουν:

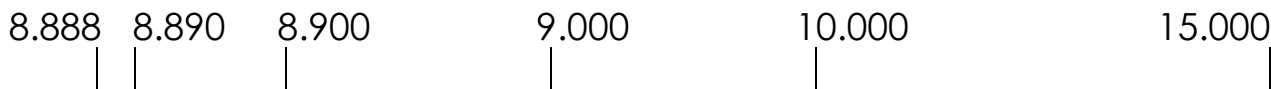
$$\begin{array}{ccc} 20.000 + \underline{\hspace{2cm}} & & 15.000 + 2.000 + \underline{\hspace{2cm}} \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ & 50.000 & \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ \underline{\hspace{2cm}} - 25.000 & & 100.000 - \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 17.000 + \underline{\hspace{2cm}} & & 5.000 + 8.000 + \underline{\hspace{2cm}} \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ & 24.000 & \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ \underline{\hspace{2cm}} - 6.000 & & 40.000 - \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

17. Να συμπληρώσεις προσεκτικά:

1.005	\rightarrow $+ 9$	$=$	\rightarrow	\rightarrow $- 200$	$=$	\rightarrow	$+ 16$	$=$	\downarrow
									\downarrow $- 90$
\downarrow $+ 500$	\leftarrow $=$			\leftarrow $- 340$	\leftarrow $=$			\leftarrow $+ 2.100$	\leftarrow $=$
\downarrow $=$									
		\rightarrow	$=$	\rightarrow			\rightarrow	$=$	
		$- 1.700$			$+ 1.100$				

18. Με τη βοήθεια της αριθμογραμμής να υπολογίσεις τις διαφορές $15.000 - 8.888$, $20.000 - 4.577$ και $100.000 - 75.349$.



ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ



Θυμήσου:

Σύνθετα προβλήματα ονομάσαμε αυτά που λύνονται με περισσότερες από μία πράξεις, ενώ όσα λύνονται με μία μόνο πράξη τα ονομάσαμε **απλά**.

Για να λύσουμε ένα σύνθετο πρόβλημα, κάνουμε τις παρακάτω ενέργειες:

- 1)** Διαβάζουμε προσεκτικά όλο το πρόβλημα, προσέχοντας την κάθε λέξη του και όχι μόνο τους αριθμούς.
- 2)** Επαναλαμβάνουμε με δικά μας λόγια το πρόβλημα, αποφεύγοντας να χρησιμοποιούμε τους αριθμούς και τυχόν λεπτομέρειες.
- 3)** Ξεκινάμε, συνήθως, από την ερώτηση του προβλήματος και προσπαθούμε να βρούμε με ποια πράξη θα υπολογίσουμε το ζητούμενο, καθώς επίσης και ποια στοιχεία μάς είναι απαραίτητα.
- 4)** Ελέγχουμε αν αυτά τα στοιχεία μάς τα δίνει το πρόβλημα με αριθμούς. Αν δε μας τα δίνει, προσπαθούμε να βρούμε τον τρόπο που θα τα υπολογίσουμε (δηλαδή με ποια πράξη και ποιους άλλους αριθμούς). Έτσι, το σύνθετο πρόβλημα αναλύεται σε απλά. (Ανακαλύπτοντας τα στοιχεία που μας λείπουν, καθώς επίσης και τη σειρά με την οποία θα τα υπολογίσουμε, βρίσκουμε τα «βήματα» της λύσης, δηλαδή με ποια πράξη θα αρχίσουμε και με ποια θα τελειώσουμε.)
- 5)** Επαναλαμβάνουμε προφορικά τα «βήματα» της λύσης του προβλήματος, χωρίς αριθμούς.
- 6)** Κάνουμε τους υπολογισμούς, γράφοντας σε κάθε αποτέλεσμα τι είναι αυτό που βρήκαμε.
- 7)** Ελέγχουμε το πόσο λογικό είναι το αποτέλεσμα που βρήκαμε τελικά και γράφουμε την απάντηση.

Ακόμα είπαμε ότι:



✓ Πολλές φορές κάποιες λέξεις μάς βοηθούν, ώστε να βρούμε τη σωστή λύση. Να γιατί δεν πρέπει να διαβάζουμε βιαστικά το πρόβλημα και να αναζητάμε μόνο τους αριθμούς με τους οποίους θα κάνουμε τις πράξεις.

✓ Αν τα δεδομένα είναι πολλά, διευκολύνει να τα αντιγράψουμε με σύντομο τρόπο ή να τα υπογραμμίσουμε, ώστε να μην τα ψάχνουμε μέσα στις υπόλοιπες λέξεις.

✓ Μερικές φορές είναι χρήσιμο να αναπαριστάνουμε το πρόβλημα με κάποιο σχέδιο.

✓ Αρκετές φορές η ερώτηση του προβλήματος δεν αντιμετωπίζεται με έναν τρόπο. Έτσι, αν ο τρόπος που διαλέξαμε αποτύχει ή είναι πολύπλοκος ή απαιτεί πολλές πράξεις, δοκιμάζουμε κάποιον άλλο. Για να διαλέξουμε από την αρχή τον σωστό τρόπο, εξετάζουμε ταυτόχρονα με την ερώτηση και τα δεδομένα.

✓ Εκτός από όλα τα παραπάνω, πρέπει να γνωρίζουμε άριστα το πότε κάνουμε πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμό, διαίρεση.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ποιον αριθμό πρέπει να προσθέσουμε στον αριθμό 12.005, ώστε να βρούμε 15.003;

Λύση:

Απάντηση: _____

2. Ποιον αριθμό πρέπει να αφαιρέσουμε από τον αριθμό 67.500, ώστε να βρούμε 20.000;

Λύση:

Απάντηση: _____

3. Από ποιον αριθμό πρέπει να αφαιρέσουμε τον αριθμό 11.111, ώστε να βρούμε 88.888;

Λύση:

Απάντηση: _____

4. Ποια είναι η διαφορά του μικρότερου τετραψήφιου αριθμού από το μεγαλύτερο πενταψήφιο;

Λύση:

Απάντηση: _____

5. Ποιος είναι ο αριθμός που είναι τόσο μικρότερος από το 31.000, όσο είναι το 16.000 από το 20.000;

Λύση:

Απάντηση: _____

6. Ποιος είναι ο αριθμός που είναι τόσο μεγαλύτερος από το 2.500, όσο είναι το 4.300 από το 3.000;

Λύση:

Απάντηση: _____

7. Τα έσοδα μιας επιχείρησης τον προηγούμενο μήνα ήταν 76.578 €, ενώ αυτόν τον μήνα είναι 3.980 € περισσότερα. Πόσα είναι τα συνολικά έσοδα των δύο μηνών;

Λύση:

Απάντηση: _____

8. Τα έσοδα μιας επιχείρησης τον προηγούμενο μήνα ήταν 76.578 €, ενώ αυτόν τον μήνα είναι 3.980 € λιγότερα. Πόσα είναι τα συνολικά έσοδα των δύο μηνών;

Λύση:

Απάντηση: _____

9. Τα έσοδα μιας επιχείρησης αυτόν τον μήνα είναι 76.578 €, που είναι 3.980 € περισσότερα από τα έσοδα του προηγούμενου μήνα. Πόσα είναι τα συνολικά έσοδα των δύο μηνών;

Λύση:

Απάντηση: _____

10. Τα έσοδα μιας επιχείρησης αυτόν τον μήνα είναι 76.578 €, που είναι 3.980 € λιγότερα από τα έσοδα του προηγούμενου μήνα. Πόσα είναι τα συνολικά έσοδα των δύο μηνών;

Λύση:

Απάντηση: _____

11. Τρεις δεξαμενές περιείχαν διαφορετικές ποσότητες βενζίνη. Ο πρατηριούχος αποφάσισε να μεταφέρει 200 λίτρα από τη μεγαλύτερη στη μεσαία και 700 λίτρα από τη μεγαλύτερη στη μικρότερη. Έτσι τώρα όλες περιέχουν από 6.000 λίτρα η καθεμιά. Πόσα λίτρα βενζίνη περιείχε αρχικά η κάθε δεξαμενή;

Λύση:

Απάντηση: _____

12. Τέσσερις προσθετέοι δίνουν άθροισμα 100.000. Ο α' είναι 34.500, ο β' είναι 27.600 και ο γ' είναι 14.100. Ποιος είναι ο δ' προσθετέος;

Λύση:

Απάντηση: _____

13. Η Θεσσαλία έχει έκταση περίπου 14.000 τ.χμ.. Η Μακεδονία είναι περίπου 20.100 τ.χμ. μεγαλύτερη από τη Θεσσαλία και η Πελοπόννησος είναι περίπου 12.800 τ.χμ. μικρότερη από τη Μακεδονία. Πόση είναι η συνολική έκταση των τριών αυτών γεωγραφικών διαμερισμάτων;

Λύση:

Απάντηση: _____

14. Σε ένα πτηνοτροφείο εκτρέφονται συνολικά 10.000 πτηνά: κότες, γαλοπούλες και πάπιες. Οι κότες είναι 5.300 και οι γαλοπούλες 1.300 λιγότερες από τις κότες. Πόσες είναι οι πάπιες;

Λύση:

Απάντηση: _____

15. Σε ένα νοσοκομείο νοσηλεύτηκαν 18.400 άνθρωποι. Οι άνδρες ήταν 6.700 και οι γυναίκες 1.600 περισσότερες. Πόσα ήταν τα παιδιά;

Λύση:

Απάντηση: _____

16. Μια εταιρεία τηλεφωνίας έκανε το α' τετράμηνο 2.300 νέες συνδέσεις, το β' τετράμηνο 450 λιγότερες από το α' και 180 περισσότερες από το γ' τετράμηνο. Πόσες συνδέσεις έγιναν όλο το έτος;

Λύση:

Απάντηση: _____

17. Έχω 2.500 € και η αδελφή μου 4.900 €. Αν μου δώσει 1.700 €, ποιος θα έχει περισσότερα; Πόσα € περισσότερα θα έχει;

Λύση:

Απάντηση: _____

18. Ένα κρουαζιερόπλοιο μπορεί να μεταφέρει 1.800 επιβάτες. Ξεκίνησε με 1.350, αλλά κατά τη διάρκεια της κρουαζιέρας αποβιβάστηκαν 80 και επιβιβάστηκαν 20 ακόμα. Πόσοι επιβάτες λείπουν, για να είναι πλήρες το κρουαζιερόπλοιο;

Λύση:

Απάντηση: _____

19. Σε μια πόλη με 12.050 κατοίκους ο πληθυσμός μειώθηκε κατά 245 κατοίκους, ενώ σε μια γειτονική πόλη με 11.999 κατοίκους ο πληθυσμός αυξήθηκε κατά 105 κατοίκους. Ποια είναι τώρα η διαφορά των πληθυσμών των δύο πόλεων;

Λύση:

Απάντηση: _____



ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Ελληνο-Αμερικανικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα

Νηπιαγωγείο • Δημοτικό • Γυμνάσιο • Λύκειο

ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΑΘΗΝΩΝ • ΚΟΛΛΕΓΙΟ ΨΥΧΙΚΟΥ • ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ Ι.Μ.ΚΑΡΡΑΣ